Instrucciones:

a) Duración: Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] De entre todos los triángulos de área 8 m^2, determina las dimensiones del que tiene hipotenusa de menor longitud. Calcular también la longitud de esta hipotenusa mínima.

b) [1 punto] Demuestra que la ecuación $x^3+x^2+x-1=0$ tiene una única solución real. Además, obtener esta solución con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 2.- Sea f : R → R la función derivable definida por $f(x)=\left\{\begin{array}{ll} a-x & si \quad x\leq 1 \\ \frac{b}{x}+\ln x & si \quad x>1 \end{array}\right\}$

a) [1 punto] Calcula a y b .

b) [1,5 puntos] Para $a=3$ y $b=2$ calcula los extremos absolutos de f(x) en el intervalo [0, e] (obtener abscisas de los extremos y sus valores en la función).

Ejercicio 3.-

a) [1 punto] Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x)=e^x\cdot\cos x$ en el punto de abscisa $x=0$

b) [1,5 puntos] Obtener la forma de la derivada de orden 10 de $f(x)=3\cdot ln2+e^x\cdot x$

Ejercicio 4.-

a) [1,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=\frac{x}{\ln x}$

b) [0,5 puntos] Calcular la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica en el punto de abscisa $x=e$

c) [0,5 puntos] Resuelve $\lim_{x\to\infty} x\cdot\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}$

a) [0,5 puntos] Resuelve $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{sen(x)+e^x-1}{x}$

b) [0,5 puntos] Resuelve $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{sen^3(x)\cdot tg^2(x)}{x^5}$

Ejercicio 2.- Sea $f(x)=\dfrac{k}{(x-a)(2x+1)}$

a) [1 punto] Halla k y a sabiendo que la gráfica de f(x) pasa por el punto (0, 2) y que la recta $x=2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) [1,5 puntos] Para $k=4$ y $a=2$ calcula los extremos absolutos de f(x) (obtener abscisas de los extremos y sus valores en la función) y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 3.- Sea f : R → R la función continua definida por $f(x)=\begin{cases} x+k & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & si \quad x>0 \end{cases}$

a) [1 punto] Calcula k .

b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función en el punto $x=1$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Demostrar si $f(x)=\dfrac{x}{1+\sqrt{1-x}}$ posee al menos un punto de inflexión.

b) [1,5 puntos] Calcula los valores de m y n para que f(x) cumpla las hipótesis del teorema del valor medio de Lagrange en el intervalo $[0,2]$. ¿Para que valor de x se cumple la tesis de este teorema?

$$f(x)=\begin{cases} m\cdot x+1 & si \quad x\le 1 \\ -2x^2+3x+n & si \quad x>1 \end{cases}$$
