Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Enuncia el Teorema de Bolzano.

b) [1 punto] Aplica el Teorema de Bolzano para demostrar que las funciones $f(x)=3x^5-10x^4+10x^3+3$ y $g(x)=e^x$ se cortan en algún punto con coordenada de abscisa entre -1 y 0 .

c) [1 punto] Calcula los puntos de inflexión de $f(x)$.

Ejercicio 2.- Sea $f:(-\infty,1)\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\begin{Bmatrix} x+2e^{-x} & si & x\leq 0 \\ a\cdot\sqrt{b-x} & si & 0<x<1 \end{Bmatrix}$

a) [1,5 punto] Determina a y b sabiendo que $f(x)$ es derivable en todo su dominio.

b) [1 punto] Para los valores encontrados, halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 3.- Sea $f(x)=sen(x)$. **a) [1,5 puntos]** Obtener la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{6}$.

b) [0,5 puntos] Obtener la ecuación de la recta normal a la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{3}$.

c) [0,5 puntos] Obtener el ángulo formado por las rectas obtenidas en los apartados a) y b).

Ejercicio 4.- a) [1 punto] De todos los rectángulos de perímetro $16\,cm$, determina las dimensiones del rectángulo que tiene la diagonal menor. Calcula la longitud de dicha diagonal.

b) [1,5 puntos] Considera la función $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-4}$. Halla los valores de a,b y c para que la gráfica de $f(x)$ tenga como asíntota horizontal $y=-1$ y un mínimo en $(0,1)$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Demostrar que la ecuación $x^3+3x^2-3=0$ tiene exactamente tres soluciones reales.

b) [1 punto] Determinar, de entre los triángulos isósceles de perímetro $6\,metros$, el que tiene área máxima. Calcular ese área máxima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben trasmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?

Ejercicio 4.- a) [1,5 punto] Calcula los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x)=\dfrac{ax^2+bx}{x+1}$ tenga como asíntota oblicua la recta $y=2x+3$.

b) [1 punto] Para los valores encontrados, escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.