

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 10 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-**

**a) [2 puntos]** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos(x) + b \cdot \operatorname{sen}(x)}{x^3}$  es finito, calcula  $b$  y el valor del límite.

**a) [0,5 puntos]** ¿Cuántos puntos de inflexión puede tener como máximo una función polinómica de grado cuatro?

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a \cdot \sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

**a) [1,5 punto]** Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f(x)$  es derivable en todo su dominio.

**b) [1 punto]** Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x=0$ .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben transmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?

**Ejercicio 4.- a) [1 punto]** Enuncia el Teorema de Bolzano y el Teorema de Rolle (los dos).

**b) [1,5 puntos]** Razona si las gráficas de  $f(x) = 3x^5 - 10x^4 + 10x^3 + 3$  y  $g(x) = e^x$  se cortan en algún punto con coordenada de abscisa entre  $-1$  y  $10$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea la función definida por  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - \frac{2}{3}x - 4$

- a) [1,5 punto] Hallar los puntos en que la recta tangente a  $f(x)$  es paralela a la recta  $2x + 3y - 4 = 0$
- b) [1 punto] Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva en  $x = 1$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Estudia y representa  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

**Ejercicio 3.-**

a) [1,5 puntos]  $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{1}{1-x}}$

b) [1 punto] Sea  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4}$ . Hallar los valores de  $a, b$  y  $c$  para que la gráfica de  $f(x)$  tenga como asíntota horizontal la recta  $y = -1$  y un mínimo en  $(0, 1)$ .

**Ejercicio 4.-**

a) [1 punto] Obtener con precisión de una cifra decimal la única solución real que posee la función  $f(x) = \ln(x+1) + x + 1$

b) [1,5 puntos] Obtener el valor  $x$  del punto de la función  $f(x) = \sqrt{1+x^3}$  a menor distancia del punto  $(2, 0)$ .