Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Estudia la derivabilidad de $f(x)=\sqrt[3]{x\cdot sen(x)}$ en $x=0$.

b) [1 punto] Calcula a y b para que $f(x)=\begin{cases} \ln(e+sen(x)) & si \quad x<0 \\ x^3+ax+b & si \geq 0 \end{cases}$ sea derivable en $x=0$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Demostrar que $e^x+2\mathrm{x}-1=0$ tiene una y solo una raíz real.

b) [1,5 puntos] Usar el Teorema de Lagrange para demostrar que $e^x \geq x+1 \quad , \quad \forall\, x\in\mathbb{R}$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Sea $f(x)$ una función derivable tal que la ecuación $f'(x)=0$ carece de soluciones reales. Demostrar que $f(x)$ es inyectiva.

b) [1,5 puntos] Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)=\left|\frac{1+x}{1-x}\right|$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{x-1}\right)^{\ln x}$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x-x\cdot\cos x}{x-sen\, x}\right)$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^{2x} \cdot x^2}{(1-e^x)^2} \right)$

b) [1,5 puntos] Demostrar que si $f(x)$ y $g(x)$ con continuas en $[a,b]$ y derivables en (a,b) tal que $f(a)=g(a)$ y $f(b)=g(b)$, entonces existe al menos un valor $c \in (a,b) / f'(c)=g'(c)$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=arcosen(x-1)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Obtener con precisión de una cifra decimal la única solución real que posee la función $f(x)=\ln(x+1)+x+1$

b) [1,5 puntos] Obtener el valor x del punto de la función $f(x)=\sqrt{1+x^3}$ a menor distancia del punto $(2,0)$.