

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Justifica de manera razonada el dominio, la continuidad y la derivabilidad de la función $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

Ejercicio 2.- Sea $f : (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a \cdot \sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Determina a y b sabiendo que $f(x)$ es derivable en todo su dominio.

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben transmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$. Determina el punto P perteneciente a $f(x)$ que se encuentre a menor distancia del punto $A(2,0)$. ¿Cuál es esa distancia?

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener m y n para que $f(x)$ sea continua en toda la recta real. Estudia la derivabilidad de $f(x)$ tomando esos valores de m y n .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ mx + n & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \begin{cases} x - 1 + \cos(x - 1) & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{\text{sen}(x - 1)}{x - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ ¿Cumple en $[0, 2]$ las condiciones del teorema de Rolle? En caso afirmativo, obtener el valor $x \in [0, 2]$ que satisface el teorema?

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Estudia los extremos relativos, intervalos de crecimiento, puntos de inflexión y curvatura de $f(x) = \frac{2 \ln(x)}{x^2}$

b) [0,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x)$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia la derivabilidad de $f(x) = \left| \frac{x}{x-3} \right|$. Si en algún punto no es continua, indica el tipo de discontinuidad.