

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [3 puntos]** Aplica la definición formal de derivada para obtener la derivada de la siguiente

función:  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

**Ejercicio 2.-** Calcula la ecuación explícita de la recta tangente en las funciones y puntos siguientes:

**a) [1 punto]**  $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(x)}{x}$  en  $x = \pi$

**b) [1 punto]**  $f(x) = \operatorname{sen}(x) \cdot e^{1-x^2}$  en  $x = 0$

**Ejercicio 3.- [3 puntos]** Inventa una función definida a trozos y que tenga dos puntos frontera en  $x = 0$  y en  $x = \pi$ . La función debe ser continua en esos puntos frontera, no derivable en  $x = 0$  y sí derivable en  $x = \pi$ .

**Ejercicio 4.- [2 puntos]** Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, justifica por qué lo es. Y si es falsa pon un ejemplo concreto que demuestre que es falsa.

“Si una función  $f(x)$  es continua en  $x = x_0$ , es derivable en  $x = x_0$ ”.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [3 puntos]** Justifica de manera razonada el dominio, la continuidad y la derivabilidad de la función  $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$

**Ejercicio 2.- [2 puntos]** Estudia la derivabilidad de la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.- [2 puntos]** Calcular  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x=0$  y  $x=2$ . ¿Es derivable  $f(x)$  en  $x=0$  y  $x=2$  para esos valores de  $a$  y  $b$ ?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{-x}{2 \cdot \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

**Ejercicio 4.- [3 puntos]** Estudia la derivabilidad de  $f(x) = \left| \frac{x}{x-3} \right|$ . Si en algún punto no es continua, indica el tipo de discontinuidad.