

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Aplica la definición formal de derivada para obtener la derivada de las siguientes funciones:

**a) [2 puntos]**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

**b) [1 punto]**  $f(x) = (x+1)(x-2)$

**Ejercicio 2.- [2 puntos]** De la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $\frac{ax^2+b}{x}$  se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa  $x=1$  viene dada por  $y=-2$ . Calcula  $a$  y  $b$ .

**Ejercicio 3.- [3 puntos]** Se sabe que la función  $f: [0,5] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por:

$$f(x) = \begin{cases} ax+bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ c+\sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Es derivable en el intervalo  $(0,5)$  y verifica que  $f(0)=f(5)$ . ¿Cuánto valen  $a, b$  y  $c$ ?

**Ejercicio 4.- [2 puntos]** Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, justifica por qué lo es. Y si es falsa pon un ejemplo concreto que demuestre que es falsa.

“Si una función  $f(x)$  tiene límite por la izquierda en  $x=x_0$  igual al valor del límite por la derecha en  $x=x_0$ , la función es continua en  $x=x_0$ ”.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [3 puntos]** Justifica de manera razonada el dominio, la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función:  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2} - \operatorname{sen}x}$

**Ejercicio 2.- [2 puntos]** Estudia la derivabilidad de la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.- [2 puntos]** Calcular  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x=0$  y  $x=2$ . ¿Es derivable  $f(x)$  en  $x=0$  y  $x=2$  para esos valores de  $a$  y  $b$ ?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{-x}{2 \cdot \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

**Ejercicio 4.- [3 puntos]** Estudia la derivabilidad de  $f(x) = \left| \frac{x}{x-3} \right|$ . Si en algún punto no es continua, indica el tipo de discontinuidad.