

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Aplica la definición formal de derivada para obtener la derivada de las siguientes funciones:

a) [2 puntos] $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

b) [1 punto] $f(x) = (x+1)(x-2)$

Ejercicio 2.- Calcula la ecuación explícita de la recta tangente en las funciones y puntos siguientes:

a) [1 punto] $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(x)}{x}$ en $x = \pi$

b) [1 punto] $f(x) = \operatorname{sen}(x) \cdot e^{1-x^2}$ en $x = 0$

Ejercicio 3.- [3 puntos] Inventa una función definida a trozos y que tenga dos puntos frontera en $x=0$ y en $x=\pi$. La función debe ser continua en esos puntos frontera, no derivable en $x=0$ y sí derivable en $x=\pi$.

Ejercicio 4.- Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si es verdadera, justifica por qué lo es. Y si es falsa pon un ejemplo concreto que demuestre que es falsa.

a) [1 punto] Si una función $f(x)$ tiene límite por la izquierda en $x=x_0$ igual al valor del límite por la derecha en $x=x_0$, la función es continua en $x=x_0$.

b) [1 punto] Si una función $f(x)$ es continua $x=x_0$, es derivable en $x=x_0$.

Opción B

Ejercicio 1.- Justifica de manera razonada el dominio, la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones.

a) [2 puntos] $f(x) = \sqrt{|1-x|}$

b) [1 puntos] $f(x) = \operatorname{sen} \sqrt{x}$

Ejercicio 2.- [2 puntos] Determinar a y b para que $f(x)$ sea derivable en $x = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} a+bx-x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} + \ln(x^2) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- [2 puntos] Calcular a y b para que $f(x)$ sea continua en $x=0$ y $x=2$. ¿Es derivable $f(x)$ en $x=0$ y $x=2$ para esos valores de a y b ?

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{ax+b} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{-x}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- [3 puntos] Estudia la derivabilidad de $f(x) = \left| \frac{x}{x-3} \right|$. Si en algún punto no es continua, indica el tipo de discontinuidad.