

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Aplica la definición formal de derivada para obtener la derivada de las siguientes funciones:

a) [2 puntos] $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

b) [1 punto] $f(x) = x^2 - 2x + 3$

Ejercicio 2.- Calcula la ecuación explícita de la recta tangente en las funciones y puntos siguientes:

a) [1 punto] $f(x) = \frac{\text{sen}(\pi - x)}{x}$ en $x = \pi$

b) [1 punto] $f(x) = (x-1)e^{1-x^2}$ en $x = 2$

Ejercicio 3.- [3 puntos] Determinar a, b para que $f(x)$ sea continua y derivable en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax+bx^2}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

Ejercicio 4.- [2 puntos] Obtener a y b para que $f(x)$ sea derivable en $x = 1$ (estudiar solo en $x = 1$).

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x + 5 & \text{si } x \leq 1 \\ a \cdot \sqrt{x} + \frac{b}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- Justifica de manera razonada el dominio, la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones.

a) [2 puntos] $f(x) = \sqrt{\ln x}$

b) [1 puntos] $f(x) = e^{\sin x}$

Ejercicio 2.- [2 puntos] Determinar a y b para que $f(x)$ sea derivable en $x = 1$ (estudiar solo en $x = 1$).

$$f(x) = \begin{cases} a + bx - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} + \ln(x^2) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- [3 puntos] Obtener m y n para que $f(x)$ sea continua en toda la recta real. Estudia la derivabilidad de $f(x)$ tomando esos valores de m y n que hacen a $f(x)$ continua en \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ mx + n & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- [2 puntos] Estudia la derivabilidad de $f(x) = x^2 - |1 - x|$. Si en algún punto no es continua, indica el tipo de discontinuidad.
