Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ en el dominio $(0,+\infty)$.

a) [1 punto] Halla los extremos absolutos de $f(x)$ (abscisas donde se obtienen y sus ordenadas) en el intervalo $[\frac{1}{e},e]$. (Ayuda: no todos lo extremos relativos tienen por qué ser absolutos)

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión de la función en su dominio de definición.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Estudia la derivabilidad en $x=0$ mediante la definición formal de derivada de la función $f(x)=x^2-3|x|+2$.

b) [1,5 puntos] Obtener el valor de x de la función $f(x)=\ln(\sqrt{x}-1)$ donde la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ sea igual a 2 .

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^2=x\cdot sen(x)+\cos(x)$ tiene una única solución negativa.

b) [1 punto] Enuncia el Teorema de Lagrange y el Teorema de Cauchy. ¿Cuánto debe valer $g(x)$ en el Teorema de Cauchy para obtener la misma conclusión del Teorema de Lagrange?

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Con un hilo de 60 cm de longitud, forma un rectángulo que al girar alrededor de uno de sus lados, engendre un cilindro de área lateral máxima.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Obtener a y b para que $f(x)$ sea derivable para cualquier valor de x.

$$f(x)=\begin{cases} a+b\cdot x-x^2 & si \quad x\leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad x>1 \end{cases}$$

b) [1,5 punto] Obtener el valor de x de la función $f(x)=\ln(\sqrt{x}-1)$ donde la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ sea igual a 2.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea la función $f(x)=\dfrac{1}{2x}+\ln(x)$ definida para $x>0$. Determina el punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) [1,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^3-27x+m=0$ no puede tener más de una raíz en el intervalo $(-1,1)$, independientemente del valor de m.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Dadas las funciones $f(x)=x^2-ax-4$ y $g(x)=\dfrac{x^2}{2}+b$, halla los valores de a y b de manera que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ tengan la misma recta tangente en el punto $x=3$. Halla la ecuación de la recta.

b) [1 punto] Enuncia el Teorema de Lagrange y el Teorema de Cauchy. ¿Cuánto debe valer $g(x)$ en el Teorema de Cauchy para obtener la misma conclusión del Teorema de Lagrange?

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Hallar las dimensiones del mayor rectángulo inscrito en un triángulo isósceles que tiene por base 10 cm y por altura 15 cm.