Problemas – Tema 2

Solución a problemas de Límite y Continuidad - Hoja 06 - Problemas 4

Hoja 6. Problema 4

Resuelto por José Juan Hidalgo Molina (noviembre 2014)

4. Estudia la continuidad y las asíntotas de $f(x)=\frac{x^3}{(x+1)^2}$

La función es continua en todo ℝ excepto en $x=-1$, valor que anula al denominador.

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{x^3}{(x+1)^2}=\frac{-1}{0}=-\infty$$

Al darnos el limite infinito quiere decir que estamos ante una discontinuidad no evitable en $x=-1$. Es decir, $x=-1$ es candidato a asíntota vertical.

$$\lim_{x\to(-1)-}\frac{x^3}{(x+1)^2}=\frac{-1}{0^+}=-\infty \quad , \quad \lim_{x\to(-1)+}\frac{x^3}{(x+1)^2}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

Por lo que tenemos una asíntota vertical en $x=-1$.

Asíntota Horizontal.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{(x+1)^2}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{(x+1)^2}=-\infty$$

Es decir, no existe asíntotas horizontales.

Asíntota Oblicua.

$$m=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{(x+1)^2}\right)\div x=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x\cdot(x^2+2x+1)}\right)=\lim_{\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^3+2x^2+x}\right)=\frac{1}{1}=1$$

$$n=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{(x+1)^2}-x\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-x\cdot(x^2+2x+1)}{(x^2+2x+1)}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-x^3-2x^2-x}{(x^2+2x+1)}\right)=\lim_{\to-\infty}\left(\frac{-2x^2-x}{(x^2+2x+1)}\right)=-2$$

Por lo que tenemos una asíntota oblícua en $y=x-2$.