

## Problemas – Tema 2

### Solución a problemas de Límite y Continuidad - Hoja 06 - Problemas 4

#### Hoja 6. Problema 4

Resuelto por José Juan Hidalgo Molina (noviembre 2014)

4. Estudia la continuidad y las asíntotas de  $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

La función es continua en todo  $\mathbb{R}$  excepto en  $x = -1$ , valor que anula al denominador.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^3}{(x+1)^2} = \frac{-1}{0} = -\infty$$

Al darnos el límite infinito quiere decir que estamos ante una discontinuidad no evitable en  $x = -1$ . Es decir,  $x = -1$  es candidato a asíntota vertical.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^3}{(x+1)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^3}{(x+1)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

Por lo que tenemos una asíntota vertical en  $x = -1$ .

Asíntota Horizontal.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{(x+1)^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{(x+1)^2} = -\infty$$

Es decir, no existe asíntotas horizontales.

Asíntota Oblicua.

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{(x+1)^2} \right) \div x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x \cdot (x^2 + 2x + 1)} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^3 + 2x^2 + x} \right) = \frac{1}{1} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{(x+1)^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - x \cdot (x^2 + 2x + 1)}{(x^2 + 2x + 1)} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - x^3 - 2x^2 - x}{(x^2 + 2x + 1)} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-2x^2 - x}{(x^2 + 2x + 1)} \right) = -2$$

Por lo que tenemos una asíntota oblicua en  $y = x - 2$ .

