Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 punto] Calcula $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(sen\, x)}{(\pi-2x)^2}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^3+x^2+x-1=0$ tiene al menos una solución real. Además, obtener esta solución con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x)=\frac{k}{(x-a)(2x+1)}$. Halla k y a sabiendo que la gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $(0,2)$ y que la recta $x=2$ es una asíntota de dicha gráfica.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad y discontinuidad de la función en toda la recta real.

$$f(x)=\left\{\begin{matrix} 2+\cos(x) & si & x\leq 0 \\ 1+\frac{2x}{\pi} & si & 0<x<\frac{\pi}{2} \\ 1+sen(x) & si & x\geq\frac{\pi}{2} \end{matrix}\right\}$$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $g(x)=\dfrac{m\cdot x^3}{(x-n)^2}$ para $x\neq n$. Hallar m y n sabiendo que la recta $y=2x-4$ es una asíntota de la gráfica de $g(x)$.

b) [1,5 puntos] Para $m=1$ y $n=2$, aplica el teorema de Bolzano para demostrar que $g(x)$ corta a la recta $y=4x+1$ en un punto del intervalo $[0,\frac{3}{2}]$. Encontrar el valor de la abscisa de ese punto de corte con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea f : R → R la función continua definida por $f(x)=\left\{\begin{matrix} x+k & si & x\leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & si & x>0 \end{matrix}\right\}$.

Calcula k .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3e^{x^2}-e^x+x^3}{x^4+e^x-2e^{x^2}}$

Ejercicio 4.-

a) [2,5 puntos] Calcular a y b para que f(x) sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x)=\left\{\begin{matrix} x^2+2 & si & x<0 \\ \sqrt{ax+b} & si & 0\leq x<2 \\ \dfrac{-x}{2\cdot\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{2}} & si & x\geq 2 \end{matrix}\right\}$$