

Instrucciones:

- a) Duración:** Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 15 minutos.
- b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.
- c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).
- e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Justifica el dominio y la imagen de la función $f(x) = \log(\log(x+10))$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{x}))$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Determinar a y b para que $f(x)$ sea continua en $x=1$ y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x)-1}{2x+1-e^{2x}} & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 - ax + b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

b) [1 punto] Sea $f(x) = |x(x-2)|$ y $g(x) = x+4$. Haz un esbozo aproximado de las gráficas de ambas funciones sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte de ambas gráficas.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

b) [0,5 puntos] Determina los puntos de corte con los ejes de $f(x) = 2 \cdot \cos^2(x)$ en $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

c) [0,5 puntos] Justificar razonadamente el dominio y la imagen de la función $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Calcula a y b para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{\sin(x^2)} = 1$

b) [1 punto] Calcula k para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx - 5}) = 1$

Opción B

Ejercicio 1.-

a) [1 punto] Justificar razonadamente el dominio y la imagen de la función $f(x) = \operatorname{tg}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} - \sqrt{x}\right)$

b) [1 punto] Justificar razonadamente el dominio y la imagen de la función $f(x) = \log\left(\cos\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right)\right)$

c) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{2x-3} - 1}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Analiza la continuidad de la función en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^x - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\cos(x)}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

b) [1 punto] Analiza la continuidad de la función en toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 - e^x} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

b) [0,5 puntos] Escribe la ecuación de una función que tenga una discontinuidad no evitable de salto finito para $x = 10$.

Ejercicio 3.a) [1 punto] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$

b) [1 punto] Calcula a y b para que $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x+1}$ tenga como asíntota oblicua la recta $y = 2x + 3$

c) [0,5 puntos] Determina las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Estudia la continuidad de $f(x)$ en toda la recta real según el valor de a .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(e^x - 1)^2}{e^{2x} - 1} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

b) [1 punto] Estudia el dominio y las asíntotas de la función $f(x) = x \cdot e^x$