Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Define un dominio y un codominio apropiados para la función $f(x)=sen(x)$ para conseguir que sea biyectiva. Demuestra y razona por qué es biyectiva. Obtén la función inversa.

Ejercicio 2.- Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto] $\lim_{x\to -2}\left(\frac{x}{2}-1\right)=-2$ **b) [1 punto]** $\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x+1}{-x}\right)=-1$ **c) [1 punto]** $\lim_{x\to 2}\left(x^2-1\right)=3$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de la función $f(x)=\frac{x^5-x^8}{1-x^6}$ y clasifica los tipos de discontinuidad.

Ejercicio 4.- [2 puntos] Estudia la continuidad y discontinuidad de la función en toda la recta real.

$$f(x)=\begin{cases} 2+\cos(x) & si \quad x\le 0 \\ 1+\frac{2x}{\pi} & si \quad 0<x<\frac{\pi}{2} \\ 1+sen(x) & si \quad x\ge\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [2 puntos] Da un ejemplo de una función que esté definida para todo x perteneciente a $\mathbb{R}$ y no tenga límite cuando x tiende a 2.

Ejercicio 2.- Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto] $\lim_{x\to 1^-} \left(\frac{-2}{x-1}\right)=+\infty$

b) [1 punto] $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x+1}{-x}\right)=-1$

Ejercicio 3.-

a) [1 punto] Calcula el valor de k para que se verifique $\lim_{x\to\infty} \left(2x-\sqrt{4x^2+kx+1}\right)=1$

b) [2 puntos] Calcular a y b para que f(x) sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & si \quad x<0 \\ \sqrt{ax+b} & si \quad 0\le x<2 \\ \dfrac{-x}{2\cdot\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{2}} & si \quad x\ge 2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.-

a) [1 punto] Para qué valor de *b* la función es continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x)=\begin{cases} x^3-x+1 & si \quad x\le 0 \\ x-b & si \quad x>0 \end{cases}$$

b) [2 puntos] Determinar el valor de *a* para que la función $f(x)=\dfrac{x^2-a}{x^3+x^2+ax-12}$ presente una discontinuidad evitable en el punto x = 2.
