

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.-

a) [2,5 puntos] Define un dominio y un codominio apropiados para la función $f(x) = \text{sen}(x)$ para conseguir que sea biyectiva. Demuestra y razona por qué es biyectiva. Obtén la función inversa.

Ejercicio 2.- Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x}{2} - 1\right) = -2$ **b) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{-x}\right) = -1$ **c) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1) = 3$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$ y clasifica los tipos de discontinuidad.

Ejercicio 4.- [2 puntos] Determinar a y b para que la función sea continua en $x = 1$ y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax + b & \text{si } x < 1 \\ \frac{\ln(x) - 1}{2x + 1 - e^{2x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [2 puntos] Da un ejemplo de una función que esté definida para todo x perteneciente a \mathbb{R} y no tenga límite cuando x tiende a 2.

Ejercicio 2.- Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{-2}{x-1} \right) = +\infty$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{-x} \right) = -1$

Ejercicio 3.- Calcula el valor de k para que se verifiquen los siguientes límites:

a) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3kx^3 - 5x + 1}{10x^3 + 5} \right) = -1$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx + 1}) = 1$

b) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + kx + 1} - x) = 2$

Ejercicio 4.-

a) [1 punto] Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + k}$ según el valor del parámetro k , perteneciente a los números reales. Clasifica los tipos de discontinuidad.

b) [2 puntos] Determinar el valor de a para que la función $f(x) = \frac{x^2 - a}{x^3 + x^2 + ax - 12}$ presente una discontinuidad evitable en el punto $x = 2$.