Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de $f(x)=\begin{cases} \dfrac{sen(x)}{x} & si \ \ -3<x<0 \\ x^2+1 & si \ \ 0\le x\le 1 \\ \dfrac{e^{(x-1)}-1}{x^2-1} & si \ \ 1<x\le 5 \end{cases}$ en $x=0$, $x=1$ y $x=5$. Si no es continua en uno de esos puntos frontera, indicar tipo de discontinuidad.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f(x)=\sqrt{x^2-x}+x$. Estudia la posición relativa de la función respecto sus asíntotas horizontales. (ayuda: en las A.H. debes estudiar comportamiento de x en $+\infty$ y en $-\infty$).

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Obtener m para que la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln(1+mx)}{sen(2x)} & si \ \ x\ne 0 \\ 3 & si \ \ x=0 \end{cases}$ sea continua en $x=0$.

b) [1,5 puntos] Estudiar posición relativa de $f(x)=\dfrac{x}{2x-1}$ respecto a su asíntota horizontal.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Demuestra que la función $f(x)=x^3-\ln(x)-5$ corta al menos una vez al eje horizontal en el intervalo $(1,2)$

b) [1 punto] Determinar, de manera razonada, el dominio de $f(x)=\dfrac{\ln(1-x)}{1-\sqrt{x}}$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Ana afirma que la ecuación $\left(x+\frac{1}{2}\right)^4=x+1$ tiene al menos una solución negativa. Pedro, en cambio, afirma que tiene al menos una solución positiva. ¿Quién tiene razón? Justifica matemáticamente tu respuesta.

b) [1 punto] Sean dos números reales positivos que suman 10. ¿Cuáles son números que generan el producto de valor máximo? Resolver el ejercicio mediante un problema de optimización.

Ejercicio 2.- Sea $f(x)=x(x-1)$ y $g(x)=|x|$.

a) [1,5 puntos] Obtener $(g\circ f)(x)$ y represéntalo gráficamente. Obtener puntos de corte con los ejes de coordenadas.

b) [1 punto] Resolver la ecuación $(f\circ g)(x)=0$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Demostrar que $f(x)=\frac{-x^5-4x+1}{x^2+1}$ corta al eje horizontal en algún punto del intervalo $(0,2)$.

b) [1 punto] Resuelve $\lim_{x\to 0^+} x\cdot\ln(x)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{\ln(x)}-\frac{2}{x^2-1}\right)$