

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-**

**a) [2 puntos]** Demostrar que la función  $f(x) = e^{x-1}$  definida en  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$  es biyectiva.

**b) [1 punto]** Obtener la función inversa de  $f(x) = e^{x-1}$

**Ejercicio 2.-** Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

**a) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow 5} \left( \frac{x}{5} + 5 \right) = 6$

**b) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x} \right) = 1$

**Ejercicio 3.- [3 puntos]** Determinar k para que la función sea continua en  $x = 0$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1-e^x}{2x+1-e^{2x}} & \text{si } x < 0 \\ (2x-k)^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 4.- [2 puntos]** Calcula k para que  $f(x)$  sea continua en toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x+6}{x^2-1} & \text{si } x < -1 \\ 2x+k & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [3 puntos]** Escribe la ecuación de una función que no sea inyectiva pero sí sobreyectiva. Demuestra por qué no es inyectiva y por qué si es sobreyectiva.

**Ejercicio 2.-** Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto]  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{-2}{x-1} \right) = -\infty$

b) [1 punto]  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{5} + 5 \right) = +\infty$

**Ejercicio 3.- [3 puntos]** Estudia la continuidad de la función  $f(x)$  en toda la recta real. En los puntos donde no sea continua, indicar el tipo de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x < 1 \\ \frac{4x-4}{x^2-1} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } 3 \leq x < 6 \\ 4 & x \geq 6 \end{cases}$$

**Ejercicio 4.- [2 puntos]** Calcular los valores de los parámetros a y b para que la función sea continua en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } -\pi \leq x \leq 0 \\ a+x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{b}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$