

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Obtener  $a$  y  $b$  para que  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2+bx+1-e^{2x}}{\operatorname{sen}(x^2)} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$  sea continua en  $x=0$ .

**Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos]** ¿Es cierto que la ecuación  $x^5 - 3x = 1$  tiene al menos una solución en el intervalo  $(1, 2)$ ? Razona tu respuesta.

**b) [1 punto]** Dibuja la función  $f(x) = \operatorname{sen}(x)$  en el dominio  $[-\pi/2, \pi/2]$  y justifica por qué es inyectiva.

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Sea  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ . Estudia la posición relativa de la función respecto sus asíntotas oblicuas. (ayuda: en las A.O. debes estudiar comportamiento de  $x$  en  $+\infty$  y en  $-\infty$ )

**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Estudia la continuidad de  $f(x) = 2x - |3 - 2x|$  y representa gráficamente la función.

**b) [1 punto]** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - k \cdot \operatorname{sen}(x)}{x^2}$  es finito, obtener el valor de  $k$  y el valor del límite.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 2x + 3}$

**a) [1,5 puntos]** Obtener todas sus asíntotas.

**b) [1 punto]** ¿Corta la función a la recta  $y = x + 2$  en algún punto? En caso afirmativo, obtener las coordenadas  $(x, y)$  del punto de corte.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Considera las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  definidas en  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y dadas por  $f(x) = 6x - x^2$  y  $g(x) = |x^2 - 2x|$ . Haz un boceto del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y calcula los puntos de corte de dichas gráficas (abscisas y su ordenada).

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

**b) [1 punto]** La función  $f(x) = \frac{|x|}{x+1}$  tiene dos asíntotas horizontales distintas. Cálculalas.

**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(2x))^{x^2}$

**b) [1 punto]** Determinar, de manera razonada, el dominio de  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} - \ln(x)$