

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2-x)^{\frac{1}{1-x}}$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Utiliza el Teorema de Bolzano para encontrar, con precisión de una cifra decimal, el punto de corte de las funciones $f(x) = 3x^5 - 10x^4 + 10x^3 + 3$ y $g(x) = e^x$ en el intervalo $[-1, 0]$.

b) [1 punto] Demostrar que la función $g(x) = e^x$ es biyectiva.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcula a y b para que función $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x^2 - 4}$ tenga una asíntota horizontal en $y = -1$ y pase por el punto $(0, 1)$.

b) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ una función definida en el dominio $[1, \infty)$. Su inversa es $f^{-1}(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Esboza gráficamente ambas funciones y comprueba, geoméricamente, que ambas gráficas son simétricas respecto a la recta $y = x$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de $f(x) = \begin{cases} a \cdot \frac{2^x - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\cos(x)}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ en todo \mathbb{R} y

obtener el valor de a para que la función sea continua en $x = 0$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Enuncia y demuestra el teorema de Bolzano.

b) [1,5 punto] Utiliza el teorema de Bolzano para encontrar, con precisión de una cifra decimal, el punto de corte de las gráficas $g(x)=e^x$ y $h(x)=-x$ en el intervalo $[-1,0]$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-5x+4}-x)$

b) [1 punto] Determinar, de manera razonada, el dominio de $f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}-x$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula a y b para que función $f(x)=\frac{ax^2+bx}{x+1}$ tenga una asíntota oblicua en la recta $y=2x+3$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula a y b para que función $f(x)=\frac{ax^2+x+b}{x^2-4}$ tenga una asíntota horizontal en $y=-1$ y pase por el punto $(0,1)$.

b) [1,5 puntos] Sea $f(x)=\sqrt{x^2-1}$ una función definida en el dominio $[1,\infty)$. Su inversa es $f^{-1}(x)=\sqrt{x^2+1}$. Estudia y representa gráficamente ambas funciones y comprueba, geoméricamente, que ambas gráficas son simétricas respecto a la recta $y=x$.