

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.-

a) [2 puntos] Demostrar que la función $f(x) = \ln(x+1)$ definida en $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ es biyectiva.

b) [1 punto] Obtener la función inversa de $f(x) = \ln(x+1)$

Ejercicio 2.- Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1) = 3$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right) = 1$

Ejercicio 3.- [2 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 8}$

Ejercicio 4.- [3 puntos] Calcula k para que $f(x)$ sea continua en toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x+6}{x^2-1} & \text{si } x < -1 \\ 2x+k & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [3 puntos] Escribe la ecuación de una función que sea inyectiva pero no sobreyectiva. Demuestra por qué sí es inyectiva y por qué no es sobreyectiva.

Ejercicio 2.- Aplica la definición métrica de límite para demostrar:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-2}{x-1} \right) = -\infty$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+5) = +\infty$

Ejercicio 3.- [2 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2 + 1}$

Ejercicio 4.- [3 puntos] Estudia la continuidad de la función $f(x)$ en toda la recta real. En los puntos donde no sea continua, indicar el tipo de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{si } x < 1 \\ \frac{4x-4}{x^2-1} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } 3 \leq x < 6 \\ 4 & x \geq 6 \end{cases}$$