

Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso de Matemáticas I - Hoja 25 - Problema 4

Hoja 25. Problema 4

Resuelto por José Pedro Casado (septiembre 2016)

1. Dada la función $f(x)=1+\sqrt{x}$, halla $f^{-1}(x)$. Representa las dos funciones y comprueba su simetría respecto de la bisectriz del primer cuadrante.

Calculamos la inversa, partiendo de $y=1+\sqrt{x}$ y despejando x en función de y .

$$y-1=\sqrt{x} \rightarrow y^2-2y+1=x$$

Realizamos un cambio de variable, intercambiando x con y .

$$x^2-2x+1=y$$

La función obtenida es la inversa.

$$f^{-1}(x)=x^2-2x+1 \rightarrow f^{-1}(x)=(x-1)^2$$

En efecto, las siguientes composiciones dan lugar a la función identidad.

$$f[f^{-1}(x)]=1+\sqrt{(x-1)^2}=1+x-1=x$$

$$f^{-1}[f(x)]=((1+\sqrt{x})-1)^2=(\sqrt{x})^2=x$$

Si representamos ambas funciones, comprobamos como las dos se reflejan mutuamente a través de la recta $y=x$, que es la bisectriz del primer cuadrante. Esta reflexión ocurre en el intervalo $x \geq 0$, ya que la función $f(x)=1+\sqrt{x}$ no está definida para valores

negativos de la variable independiente.

