

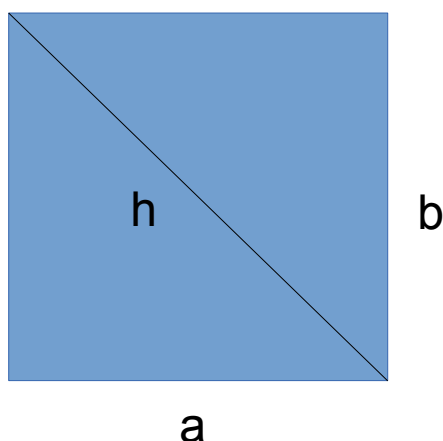
## Problemas – Tema 1

### Solución a problemas de Repaso de Matemáticas I - Hoja 15 - Problemas 1, 2, 3

#### Hoja 15. Problema 1

Resuelto por José Antonio Álvarez Ocete (octubre 2014)

1. Entre todos los rectángulos de perímetro 12cm, ¿cuál tiene diagonal menor?  
¿Cuánto mide ésta?



Nuestra función a minimizar sale del triángulo rectángulo obtenido, al trazar una diagonal  $h$  en el rectángulo de lados  $a, b$ . Aplicamos Pitágoras:

$$h = f(a, b) \rightarrow (f)^2 = a^2 + b^2 \rightarrow f = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Ponemos una incógnita en función de la otra gracias al dato del perímetro:

$$12 = 2a + 2b \rightarrow b = \frac{12 - 2a}{2} \rightarrow b = 6 - a$$

Sustituimos en nuestra función  $f(a, b)$  y simplificamos.

$$f = \sqrt{a^2 + (6-a)^2}$$

$$f = \sqrt{a^2 + a^2 - 12a + 36}$$

$$f = \sqrt{2(a^2 - 6a + 18)}$$

Ahora que tenemos  $f$  en función de una sola incógnita, minimizamos: derivamos e igualamos a 0 para encontrar sus puntos críticos:

$$f' = \frac{2a-6}{\sqrt{2(a^2-6a+18)}} \rightarrow 0=2a-6 \rightarrow a=3 \rightarrow \text{punto crítico}$$

Calculamos la segunda derivada de la función y evaluamos en el punto crítico. Si el resultado es positivo, significa que es un mínimo.

$$f''(x) = 2 > 0 \rightarrow a=3 \text{ cm es un mínimo} \rightarrow b = \frac{12-2a}{2} \rightarrow b=3 \text{ cm}$$

Por Pitágoras hallamos el valor de la diagonal mínima  $h \equiv f(a, b)$  :

$$f^2 = a^2 + b^2 \rightarrow f = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

## Hoja 15. Problema 2

### Resuelto por Antonio González Ruiz (octubre 2014)

**2. Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.**

**a) ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas.**

**b) Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50 %, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.**

a) Planteamos la siguientes incógnitas:

Precio del libro:  $x$

Precio de la calculadora:  $y$

Precio del estuche:  $z$

La suma total es igual a 57 euros  $\rightarrow x+y+z=57 \rightarrow$

El libro cuesta el doble de la calculadora y el estuche juntos  $\rightarrow x=2(y+z)$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y tres incógnitas por lo que, si existe solución, dependerá de al menos un parámetro libre.

El valor del libro ( $x$ ) sí podemos calcularlo de manera única:

Primera ecuación  $\rightarrow x+y+z=57 \rightarrow y+z=57-x$

Segunda ecuación  $\rightarrow x=2(y+z) \rightarrow 2y+2z=x$

Al doble de la primera ecuación le restamos la segunda ecuación  $\rightarrow x=38 \text{ €}$

Sustituyendo este valor en las dos ecuaciones de partida:

$$y+z=19$$

$$2y+2z=38$$

Amas ecuaciones son proporcionales (la segunda es el doble de la primera), por lo que

ambas ofrecen la misma información. Por lo tanto, podemos prescindir de una de ellas. Así tendremos una única ecuación con dos incógnitas.

$$y=19-z \rightarrow \text{El valor de } y \text{ (calculadora) depende del valor libre de } z \text{ (estuche)}$$

El sistema tiene, en consecuencia, infinitas soluciones.

b) Con los descuentos podemos generar una nueva ecuación:

$$0,5x+0,8y+0,75z=34 \quad , \quad x=38 \rightarrow 0,8y+0,75z=15$$

Que junto a nuestra ecuación anterior  $y=19-z$  , forma un sistema  $2 \times 2$  con solución única.

$$\begin{cases} 0,8y+0,75z=15 \\ y=19-z \end{cases} \rightarrow y=15 \text{ €} \quad , \quad z=4 \text{ €}$$

## Hoja 15. Problema 3

### Resuelto por Antonio José González (septiembre 2014)

**3. Un mayorista vende billetes de avión a agencias de viajes. A una primera agencia A le vende 10 billetes nacionales, 10 billetes de países comunitarios y otros 10 billetes a países no europeos y le cobra 12000 euros. También le vende a una agencia B 10 billetes nacionales y 20 a países no europeos y le cobra 13000. Y a una agencia C le vende 10 billetes nacionales y 10 billetes comunitarios y le cobra 7000 euros. ¿Cuál es el precio de cada billete?**

Precio de un billete nacional:  $x$

Precio de un billete comunitario:  $y$

Precio de un billete no comunitarios:  $z$

Podemos plantear tres ecuaciones, con las frases del enunciado.

$$\left\{ \begin{array}{l} 10x + 10y + 10z = 12000 \\ 10x + 20z = 13000 \\ 10x + 10y = 7000 \end{array} \right\} \rightarrow \text{simplificamos} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1200 \\ x + 2z = 1300 \\ x + y = 700 \end{array} \right\}$$

Solución final:  $x=300 \text{ €}$ ,  $y=400 \text{ €}$ ,  $z=500 \text{ €}$