Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

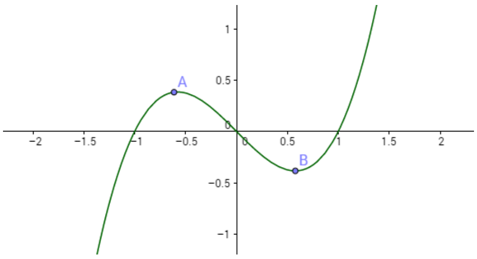
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcula el número real m que cumple $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+mx)}{sen(2x)}=3$.

b) [0,5 puntos] Obtener el valor de a para que la función $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+a-1 & si \quad x<2 \\ \ln(x-1) & si \quad x\geq 2\end{cases}$ sea continua en $x=2$.

c) [1 punto] La siguiente gráfica muestra la derivada $f'(x)$ de una función $f(x)$. Viendo la gráfica, ¿qué podemos decir de los intervalos de crecimiento, decrecimiento y de los extremos relativos de la función original $f(x)$?



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $g(x)=\frac{x^3}{3}-4x^2-\frac{2x}{3}-4$. Hallar los valores x de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta $0=2x+3y-4$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Determina a,b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$ es $y+x+3=0$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $f:(0,+\infty)$ y definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$.

a) [1,5 puntos] Halla los extremos relativos de $f(x)$.

b) [1 punto] Determina la ecuación explícita de la recta tangente a la función en $x=e$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $f(x)=sen(x)$. Obtener la ecuación explícita de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{4}$.

b) [1,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{a}{\ln x}\right)$ es finito, calcula a y el valor del límite ($\ln$ denota el logaritmo neperiano).

Ayuda: Operar primero hasta obtener una única fracción.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Se desea construir un contenedor con forma de paralelepípedo rectangular de $100\,m^3$ de volumen, de manera que el largo de su base sea $\frac{4}{3}$ de la anchura x de su base. Los precios de m^2 de pintura del suelo, del techo y de la pared lateral son, respectivamente, $225\,€/m^2$, $300\,€/m^2$ y $256\,€/m^2$. Determinar razonadamente las dimensiones que minimizan el coste de pintura y dicho coste mínimo.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ un polinomio con extremo relativo en $x=1$, con punto de inflexión en $x=3$ y que pasa por el origen de coordenadas. Determinar a, b y c .

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función definida por $f(x)=\frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$. Estudia el dominio, los puntos de corte con los ejes, las asíntotas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos.
