

Instrucciones:

- a) Duración:** Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 15 minutos.
- b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.
- c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).
- e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula: **a) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sqrt{4 - \frac{1}{x}} - 2 \right)$ **b) [0,5 puntos]** $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{\operatorname{tg} x} \right)$

c) [1 punto] Calcula la recta tangente y la recta normal a la gráfica de $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ en $x = e$.

Ejercicio 2.- Se ha de construir un gran depósito cilíndrico de $81\pi \text{ m}^3$ de volumen. La superficie lateral ha de ser construida con un material que cuesta 30 € el metro cuadrado y las dos bases con un material que cuesta 45 € el metro cuadrado.

- a) [0,5 puntos]** Expresa el coste $C(r)$ del material necesario para construir este depósito en función únicamente de r .
- b) [2 puntos]** ¿Qué dimensiones (radio y altura) ha de tener el depósito para que el coste de los materiales necesarios para construirlo sea el mínimo posible? ¿Cuál será, en este caso, el coste del material?

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y convexidad indicando si existen puntos de inflexión y calcúlalos.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2^{-x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

b) [1 punto] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Un punto de inflexión de $f(x)$ tiene abscisa $x = 1$ y existe un mínimo relativo en $x = 2$ de valor -9 . Calcula a , b y c .

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Representa gráficamente $y = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|}$

Opción B

Ejercicio 1.- Calcula:

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - \operatorname{sen}^2 x}{x^4} \right)$

b) [1 punto] Asíntotas de $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 2}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Un jardinero desea construir un jardín con forma de sección circular de 40 metros de perímetro. ¿Cuál debe ser el radio para que la superficie sea máxima?

b) [1,5 puntos] Una ventana normanda tiene 30 metros de perímetro (una ventana normanda es un rectángulo rematado superiormente por una semicircunferencia; por lo tanto el diámetro de la semicircunferencia coincide con la base de la ventana). Encontrar la base y la altura del rectángulo para que el área total de la ventana sea máxima.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Estudia el crecimiento y curvatura de la función $f(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{9} - x^2 + 1$. Estudia sus máximos, mínimos y puntos de inflexión.

b) [1 punto] Sea la función definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$. Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 4.-

a) [1,5 puntos] Representa gráficamente $y = (x - 1)e^{-x}$

b) [1 punto] Dada la función $f(x) = \frac{x(2x + 1)}{\sqrt{x + 2}}$ escribe la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función en el punto de abscisa $x = 2$ (la recta normal es perpendicular a la tangente).