Instrucciones:

a) Duración: Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 15 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula: **a) [1 punto]** $\lim_{x\to\infty} \left(x \sqrt{(4-\frac{1}{x})}-2\right)$ **b) [0,5 puntos]** $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1-cosx}{tgx}\right)$

c) [1 punto] Calcula la recta tangente y la recta normal a la gráfica de $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ en $x=e$.

Ejercicio 2.- Se ha de construir un gran depósito cilíndrico de 81π m^3 de volumen. La superficie lateral ha de ser construida con un material que cuesta 30 € el metro cuadrado y las dos bases con un material que cuesta 45 € el metro cuadrado.

a) [0,5 puntos] Expresa el coste $C(r)$ del material necesario para construir este depósito en función únicamente de r .

b) [2 puntos] ¿Qué dimensiones (radio y altura) ha de tener el depósito para que el coste de los materiales necesarios para construirlo sea el mínimo posible? ¿Cuál será, en este caso, el coste del material?

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y convexidad indicando si existen puntos de inflexión y calcúlalos.

$$f(x)=\begin{Bmatrix} x^2+2 & si & x\leqslant 0 \\ 2^{-x+1} & si & x>0 \end{Bmatrix}$$

b) [1 punto] Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función $f(x)=x^3+a x^2+b x+c$. Un punto de inflexión de $f(x)$ tiene abscisa $x=1$ y existe un mínimo relativo en $x=2$ de valor -9 . Calcula a , b y c .

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Representa gráficamente $y=\frac{x^2+|x|}{x^2-|x|}$

Opción B

Ejercicio 1.- Calcula:

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2 - sen^2 x}{x^4} \right)$

b) [1 punto] Asíntotas de $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x+2}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Un jardinero desea construir un jardín con forma de sección circular de 40 metros de perímetro. ¿Cuál debe ser el radio para que la superficie sea máxima?

b) [1,5 puntos] Una ventana normanda tiene 30 metros de perímetro (una ventana normanda es un rectángulo rematado superiormente por una semicircunferencia; por lo tanto el diámetro de la semicircunferencia coincide con la base de la ventana). Encontrar la base y la altura del rectángulo para que el área total de la ventana sea máxima.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Estudia el crecimiento y curvatura de la función $f(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{9} - x^2 + 1$

Estudia sus máximos, mínimos y puntos de inflexión.

b) [1 punto] Sea la función definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$. Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 4.-

a) [1,5 puntos] Representa gráficamente $y = (x-1)e^{-x}$

b) [1 punto] Dada la función $f(x) = \frac{x(2x+1)}{\sqrt{x+2}}$ escribe la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función en el punto de abscisa $x = 2$ (la recta normal es perpendicular a la tangente).
