

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{e^x} \right)$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$

Ejercicio 2.- [3 puntos] De todos los rectángulos de diagonal igual a 1 metro, halla las dimensiones del rectángulo de área máxima. Calcula también el valor de este área máxima.

Ejercicio 3.- [2 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = (x^3 - 4x) \cdot \ln(x)$ en el punto $x = 1$.

Ejercicio 4.- [3 puntos] Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$y = \frac{x}{e^x}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [3 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{1-2x}{x}$

Ejercicio 2.- [2 puntos] Descompón el número 28 en dos sumandos positivos tales que el producto de ambos sea máximo. Halla también el valor de este producto máximo.

Ejercicio 3.- Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$.

a) [2 puntos] Determinar a, b, c y d.

b) [1 punto] ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos? Calcula también la imagen de los extremos.

Ejercicio 4.- [2 puntos] Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$
