Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f(x)=\ln(x^3-4x)$.

a) [1,5 puntos] Indicar los intervalos donde la función es creciente, donde la función es decreciente y calcular los extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).

b) [1 punto] Obtener la recta tangente a la función en $x=3$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Obtener a, b, c y d sabiendo que existe un extremo relativo en $(0,1)$ y un punto de inflexión en $(1,-1)$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea $f(x)=\frac{ax^2+bx+3}{2x-1}$. Obtener a y b para que la función tenga una asíntota oblicua en la recta $2y+x-3=0$.

b) [1 punto] Sean los puntos $A(0,1)$, $B(7,2)$, $C(-1,1)$ y $D(-2,5)$. Calcula el punto de corte de las mediatrices de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] De todos los triángulos isósceles de perímetro igual a 1 , obtener las dimensiones del triángulo de área máxima. Plantear un problema de optimización y explicar todos los pasos.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Determinar el valor de k para que se verifique:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + k\,x - 7} - \sqrt{x^2 - 2\,x + 5} \right) = \frac{5}{3}$$

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión de $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ (obtener abscisa y ordenada).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1) - 2\,sen(x) + x\cos(3\,x)}{x^2}$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x)$ sea derivable en $x=1$ (ojo: estudiar solo en $x=1$).

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x + 5 & si \quad x \le 1 \\ a \cdot \sqrt{x} + \dfrac{b}{x} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

b) [1 punto] Calcula a y b para que la función $f(x) = x^3 + a\,x^2 + b\,x + 2$ pase por el punto $(-1,6)$ y su recta tangente en $x=1$ forme un ángulo de $\pi/4$ radianes con el eje OX.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determinar, en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$, el rango de los siguientes vectores: $\vec{u} = (1,1,1)$, $\vec{v} = (1, k+1, 1)$, $\vec{w} = (1,1, k+1)$. Si $k=0$, ¿cuántos vectores hay linealmente independientes? Si $k=2$ ¿cuántos vectores hay linealmente dependientes?