

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2}$.

a) [1,5 puntos] Calcular las asíntotas de la función.

b) [1 punto] Obtener la recta tangente a la función en $x = 3$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - \cos(x)}{\sin(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b .

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1}$ y $s: (x, y) = (1, 0) + \lambda(2, 3)$ se cortan en un punto llamado P . Obtener la distancia del punto P al punto $Q(-1, 4)$.

b) [1 punto] Determina todos los vectores $\vec{u} = (a, 0, b)$ que tengan módulo 8 y sean perpendiculares al vector $\vec{v} = (1, 1, -1)$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Con un hilo de 60 cm de longitud, se forma un rectángulo que al girar alrededor de uno de sus lados, engendre un cilindro de área lateral máxima. Obtener dimensiones del rectángulo y el valor del área lateral máxima.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Obtener el valor de k que satisface $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2} - \sqrt{4x^2 + kx - 1}) = 4$

b) [1 punto] Resolver $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(x)$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera las funciones $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$. Dibuja el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y calcula los puntos de corte de dichas gráficas entre sí y de las funciones con los ejes de coordenadas.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Determinar los valores de k que hacen linealmente independientes a los siguientes vectores: $\vec{u} = (-1, 0, 2)$, $\vec{v} = (0, k, 1)$, $\vec{w} = (1, 0, k^2 - 1)$.

b) [1 punto] Obtener una recta perpendicular a $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \end{cases}$ que pase por el punto $P(7, -4)$.

Expresar la recta solución en forma explícita.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Obtener la recta tangente a $f(x) = \operatorname{arccotg}(x)$ que es paralela a la recta que pasa por los puntos $A(1, 3)$ y $B(-2, 0)$. Expresar la recta solución en forma paramétrica