

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$ .

**a) [1,5 puntos]** Indicar los intervalos donde la función es creciente, donde la función es decreciente y calcular los extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).

**b) [0,5 puntos]** Obtener la recta tangente a la función en  $x = 3$ .

**c) [0,5 puntos]** Obtener la asíntota oblicua de la función.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Obtener  $a$  para que se cumpla  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos(ax)} = 8$ .

**Ejercicio 3.- a) [2 puntos]** Sea la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Obtener  $a, b, c$  y  $d$  sabiendo que existe un extremo relativo en  $(0, 1)$  y un punto de inflexión en  $(1, -1)$ .

**b) [0,5 puntos]** Dibuja la gráfica de  $f(x) = |x^2 - 4|$ , indicando sus cortes con los ejes y las coordenadas de su vértice (ojo: fíjate que solo te piden dibujar la gráfica, no hacer un estudio completo de la función).

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Sea un rectángulo con un vértice sobre el origen de coordenadas y el vértice opuesto sobre la gráfica de la función  $f(x) = e^{-x}$ . El rectángulo se sitúa en el primer cuadrante. Obtener la base y la altura del rectángulo para que su área sea máxima. Obtener dicha área máxima.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Obtener los puntos de la función  $f(x)=x^2+2x+4$  cuya recta tangente a la función pase por el  $(0,0)$  (obtener abscisa y su ordenada).

**Ejercicio 2.-** Sean los puntos  $A(0,1)$  ,  $B(7,2)$  y la recta  $r:5x-3y=0$  .

**a) [1,5 puntos]** Obtener el punto  $P(x,y)$  equidistante de  $A$  y  $B$  , y que además pertenezca a la recta  $r$  (ayuda: recuerda que equidistante significa "a la misma distancia").

**b) [1 punto]** Obtener el ángulo que forma con el eje horizontal la recta que pasa por  $A$  y  $B$  .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Determina  $k \neq 0$  para que que la función  $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ sea derivable en todo su dominio.}$$

**Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos]** ¿Cuál es el dominio de  $f(x)=\frac{x}{\ln(x)}$  ? Razonar la respuesta.

**b) [2 puntos]** Determinar el valor de  $k$  para que se verifique  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+kx-7} - \sqrt{x^2-2x+5}) = \frac{5}{3}$