

Preparando examen Selectividad Mates CCSS

Inecuaciones

Índice de contenido

¿Qué es una inecuación?.....	2
Inecuaciones de primer grado.....	3
Posibles soluciones en una inecuación de primer grado.....	4
Sistemas de inecuaciones con una incógnita.....	5

¿Qué es una inecuación?

Una inecuación es una desigualdad matemática con al menos una incógnita.

Resolver la inecuación implica obtener los intervalos de la/las incógnitas que cumplen el sentido de la desigualdad. La solución, por lo general, no será un valor concreto sino un intervalo (o un conjunto de intervalos).

$$x^2+2x+1 \geq 3x-2$$

Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o resta un mismo número, el resultado es una inecuación equivalente (con la misma solución).

Si se les multiplica o divide por un mismo número positivo, el resultado también es equivalente (con la misma solución).

Pero si se multiplica o divide por un mismo número negativo, la inecuación equivalente resultante cambia de sentido.

$$x^2+2x+1 \geq 3x-2 \rightarrow \text{equivalente} \rightarrow x^2+2x+1-7 \geq 3x-2-7$$

$$x^2+2x+1 \geq 3x-2 \rightarrow \text{equivalente} \rightarrow \frac{x^2+2x+1}{4} \geq \frac{3x-2}{4}$$

$$x^2+2x+1 \geq 3x-2 \rightarrow \text{cambia de sentido la desigualdad} \rightarrow -(x^2+2x+1) \leq -(3x-2)$$

Inecuaciones de primer grado

¿Cómo resolver inecuaciones de primer grado (con una sola incógnita)?

1. Quitar paréntesis.
2. Quitar denominadores.
3. Agrupar los términos con incógnita a un lado de la desigualdad y los términos independientes en el otro.
4. Operar y despejar la incógnita.
5. Obtener la solución de forma gráfica o como intervalos.

Ejemplo

Resolver $2x+1 \leq x+3$.

Operamos siguiendo los pasos enunciados anteriormente.

$$2x+1 \leq x+3 \rightarrow 2x-x \leq 3-1 \rightarrow x \leq 2 \rightarrow \text{solución: } (-\infty, 2]$$

Ejemplo

Resolver $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} < x-2$.

Operamos siguiendo los pasos enunciados anteriormente.

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} < x-2 \rightarrow \frac{7x+2x+2}{14} < \frac{14x-28}{14} \rightarrow 7x+2x-14x < -28-2$$

$$-5x < -30 \rightarrow \text{cambio de sentido} \rightarrow 5x > 30 \rightarrow x > 6 \rightarrow \text{solución: } (6, +\infty)$$

■ Posibles soluciones en una inecuación de primer grado

Al resolver una inecuación lineal la solución puede ser:

1. Toda la recta real.

Por ejemplo $\rightarrow 4x+2 \geq 4x-1 \rightarrow 2 \geq -1$ Siempre se cumple \rightarrow Solución: \mathbb{R}

2. El conjunto vacío (ningún valor cumple la desigualdad).

Por ejemplo $\rightarrow x+3 \geq x+11 \rightarrow 3 \geq 11$ Absurdo \rightarrow No hay solución: \emptyset

3. Una semirrecta con extremo abierto.

Por ejemplo $\rightarrow 3x-1 > 2x+5 \rightarrow x > 6 \rightarrow$ Intervalo solución: $(6, \infty)$

Por ejemplo $\rightarrow 3x-1 < 2x+5 \rightarrow x < 6 \rightarrow$ Intervalo solución: $(\infty, 6)$

4. Una semirrecta con extremo cerrado.

Por ejemplo $\rightarrow 3x-1 \geq 2x+5 \rightarrow x \geq 6 \rightarrow$ Intervalo solución: $[6, \infty)$

Por ejemplo $\rightarrow 3x-1 \leq 2x+5 \rightarrow x \leq 6 \rightarrow$ Intervalo solución: $(\infty, 6]$

■ Sistemas de inecuaciones con una incógnita

En un sistema de inecuaciones debemos resolver cada inecuación por separado, siendo el conjunto solución del sistema la intersección de los conjuntos soluciones de ambas inecuaciones.

¿Cómo entender la intersección? Son los valores que pertenecen, a la vez, a cada una de las soluciones individuales.

Ejemplo

Resolver $\begin{cases} 3(2-5x) \geq 18-12x \\ x-2 \leq 2x+10 \end{cases}$.

Trabajamos con la primera inecuación.

$$3(2-5x) \geq 18-12x \rightarrow 6-15x \geq 18-12x \rightarrow -3x \geq 12 \rightarrow \text{cambio sentido} \rightarrow x \leq -4 \rightarrow \text{solución: } (-\infty, -4]$$

Trabajamos con la segunda inecuación.

$$x-2 \leq 2x+10 \rightarrow -x \leq 12 \rightarrow \text{cambio sentido} \rightarrow x \geq -12 \rightarrow \text{solución: } [-12, \infty)$$

La intersección de las soluciones particulares de cada inecuación nos da como resultado la solución del sistema \rightarrow solución final: $[-12, -4]$