Tema 9

Actividades de positivo Capítulo 12 - Condiciones de contorno en la gráfica de funciones

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

https://youtu.be/OgMRYRo8HHA

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Te ofrezco el enunciado y la solución para que puedas auto-corregir tu trabajo. **No son actividades de positivo**, por lo que no debes mandarlas al profesor para su corrección.

¡Ánimo!

1. Sea $f(x)=a+bx+cx^2$, cuya gráfica pasa por $P(0,1)$ y $Q(2,0)$. La recta tangente a la función en el punto P es paralela al eje OX. Calcula a,b,c .

   $f(0)=1 \rightarrow a=1$

   $f(2)=0 \rightarrow 1+2b+4c=0$

   $f'(0)=0 \rightarrow f'(x)=b+2cx \rightarrow b=0 \rightarrow c=\frac{-1}{4}$

2. Sea $P(x)$ un polinomio de grado tres, con extremo relativo en $(1,1)$ y punto de inflexión en $(0,5)$. Determinar el polinomio.

   $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $P'(x)=3ax^2+2bx+c$, $P''(x)=6ax+2b$

   $P(1)=1 \rightarrow a+b+c+d=1$

   $P(0)=5 \rightarrow d=5$

   $P'(1)=0 \rightarrow 3a+2b+c=0$

   $P''(0)=0 \rightarrow b=0$

   Sustituyendo y resolviendo el sistema → $a=2$, $c=-6$

3. Dadas las funciones $f(x)=x^2-ax-4$ y $g(x)=\frac{x^2}{2}+b$, halla los valores de a y b de manera que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ tengan la misma recta tangente en el punto $x=3$. Halla la ecuación de la recta.

Si dos funciones comparten la misma recta tangente en $x=3$, significa que la derivada de las funciones evaluadas en $x=3$ coinciden → $f'(3)=g'(3)$ → Recordamos que la derivada evaluada en punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto.

$f'(x)=2x-a$, $g'(x)=x$ → $f'(3)=g'(3)$ → $6-a=3$ → $a=3$

También hemos obtenido que la pendiente es $m=f'(3)=g'(3)=3$

Además, las dos funciones deben cortarse en el punto $x=3$, ya que comparten la misma recta tangente en ese punto → $f(3)=g(3)$ → $9-a\cdot 3-4=\frac{9}{2}+b$ → Como $a=3$ → $b=\frac{-17}{2}$

Solo falta obtener la recta tangente. Tenemos el punto $x=3$ y la pendiente $m=3$. Solo nos falta la imagen del punto para poder aplicar la ecuación punto-pendiente de la recta. La imagen del punto lo podemos sacar de cualquier función, ya que en $x=3$ coinciden la recta tangente y las dos funciones.

$f(3)=9-9-4=-4$

Y la recta será → $m=\frac{y-f(x_0)}{x-x_0}$ → $3=\frac{y+4}{x-3}$ → $y=3x-13$