

## **Teoría – Tema 9**

### **A derivar, a derivar**

#### **Índice de contenido**

Practicar y practicar con las derivadas.....	2
--	---

## ■ Practicar y practicar con las derivadas

La única forma de aprendernos la tabla de derivadas de funciones elementales... es practicar. Y cuando digo practicar, significa practicar hasta la saciedad.

100, 200, 300 derivadas... el número de derivadas a realizar lo marcará cuando, de verdad, hayas aprendido correctamente a derivar.

### **Ejemplo 1**

$$f(x) = x^2$$

$$f'(x) = 2x$$

### **Ejemplo 2**

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

### **Ejemplo 3**

$$f(x) = x^3 + x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x$$

### **Ejemplo 4**

$$f(x) = 5x^4$$

$$f'(x) = 20x^3$$

### **Ejemplo 5**

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

$$f'(x) = 4x + 4$$

### **Ejemplo 6**

$$f(x) = x^3(2x+1)$$

$$f'(x) = 3x^2(2x+1) + x^3(2) = 6x^3 + 3x^2 + 2x^3 = 8x^3 + 3x^2$$

### **Ejemplo 7**

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

### **Ejemplo 8**

$$f(x) = \frac{1}{2x^3+1}$$

$$f'(x) = \frac{-6x^2}{(2x^3+1)^2}$$

### **Ejemplo 9**

$$f(x) = \ln(x+1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x+1}$$

### **Ejemplo 10**

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1)$$

$$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+1}$$

### **Ejemplo 11**

$$f(x) = e^{x^2-6x-1}$$

$$f'(x) = e^{x^2-6x-1} \cdot (2x-6)$$

### **Ejemplo 12**

$$f(x) = \sqrt{2x^3 - 3x^2 + 2}$$

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 6x}{2\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 2}}$$

### **Ejemplo 13**

$$f(x) = \ln(\sqrt{x})$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$$

### **Ejemplo 14**

$$f(x) = e^{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

### **Ejemplo 15**

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x+1) - x(1)}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

### **Ejemplo 16**

$$f(x) = \frac{3x}{1-x^2}$$

$$f'(x) = \frac{3 \cdot (1-x^2) - 3x(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{3-3x^2+6x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{3+3x^2}{(1-x^2)^2}$$

### **Ejemplo 17**

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{e^x}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot e^x - \ln(x) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{\frac{1}{x} - \ln(x)}{e^x}$$

### **Ejemplo 18**

$$f(x) = \frac{x^2}{2-x}$$

$$f'(x) = \frac{2x(2-x) - x^2(-1)}{(2-x)^2} = \frac{4x - 2x^2 + x^2}{(2-x)^2} = \frac{4x - x^2}{(2-x)^2}$$

### **Ejemplo 19**

$$f(x) = \text{sen}(x^2)$$

$$f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$$

### **Ejemplo 20**

$$f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{1 \cdot (x+1) - x \cdot (1)}{(x+1)^2} = \cos\left(\frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

### **Ejemplo 21**

$$f(x) = \cos[\ln(x)]$$

$$f'(x) = -\text{sen}[\ln(x)] \cdot \frac{1}{x}$$

### **Ejemplo 22**

$$f(x) = e^{\text{sen}(x)}$$

$$f'(x) = e^{\text{sen}(x)} \cdot \cos(x)$$

### **Ejemplo 23**

$$f(x) = (x^2 + x) \cdot \text{sen}(x)$$

$$f'(x) = (2x + 1) \cdot \text{sen}(x) + (x^2 + x) \cos(x)$$

### **Ejemplo 24**

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x^3 - x^2}$$

$$f'(x) = (2x) \cdot \sqrt{x^3 - x^2} + (x^2 + 1) \cdot \frac{3x^2 - 2x}{2\sqrt{x^3 - x^2}}$$

### **Ejemplo 25**

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 3} \cdot 2^x$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3 - 3}} \cdot 2^x + \sqrt{x^3 - 3} \cdot 2^x \cdot \ln(2)$$

### **Ejemplo 26**

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) \cdot \ln(x^3 - 2x^2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} \cdot \ln(x^3 - 2x^2) + \operatorname{arctg}(x) \cdot \frac{3x^2 - 4x}{x^3 - 2x^2}$$

### **Ejemplo 27**

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) \cdot \operatorname{arccos}(x)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \cdot \operatorname{arccos}(x) + \ln(x^2 + 1) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

### **Ejemplo 28**

$$f(x) = \ln[\operatorname{sen}(x)]$$

$$f'(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)} = \operatorname{cotg}(x)$$

### **Ejemplo 29**

$$f(x) = \ln[\operatorname{tg}^2(x)]$$

$$f'(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}^2(x)} \cdot 2\operatorname{tg}(x) \cdot (1 + \operatorname{tg}^2(x)) = \frac{2 \cdot (1 + \operatorname{tg}^2(x))}{\operatorname{tg}(x)}$$

**Ejemplo 30**

$$f(x) = x \cdot \cos(x)$$

$$f'(x) = \cos(x) + x(-\operatorname{sen}(x)) = \cos(x) - x \cdot \operatorname{sen}(x)$$

**Ejemplo 31**

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg}(x)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2(x)) \cdot x^2 - \operatorname{tg}(x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2(x)) \cdot x - 2 \operatorname{tg}(x)}{x^3}$$

**Ejemplo 32**

$$f(x) = \operatorname{sen}[\ln(x^2 + 1)]$$

$$f'(x) = \cos[\ln(x^2 + 1)] \cdot \frac{2x}{x^2 + 1}$$

**Ejemplo 33**

$$f(x) = \operatorname{sen}(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right)$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + \operatorname{sen}(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1 \cdot (x+1) - (x-1) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + \operatorname{sen}(x) \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{x-1}{x+1}} \cdot \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + \operatorname{sen}(x) \cdot \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + \operatorname{sen}(x) \cdot \frac{1}{x^2 - 1}$$

**Ejemplo 34**

$$f(x) = \ln[\operatorname{tg}(x)]$$

$$f'(x) = \frac{1 + \operatorname{tg}^2(x)}{\operatorname{tg}(x)}$$

### **Ejemplo 35**

$$f(x) = (x^2 + 1)^3$$

$$f'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \cdot 2x = 6x(x^2 + 1)^2$$

### **Ejemplo 36**

$$f(x) = [\cos(x^2)]^3$$

$$f'(x) = 3[\cos(x^2)]^2 \cdot (-\operatorname{sen}(x^2)) \cdot 2x = -6x \cdot \cos^2(x^2) \cdot \operatorname{sen}(x^2)$$

### **Ejemplo 37**

$$f(x) = \sqrt{x^3}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3}}$$

### **Ejemplo 38**

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + \cos(x)} = (x^2 + \cos(x))^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^2 + \cos(x))^{\frac{-2}{3}} \cdot (2x - \operatorname{sen}(x)) = \frac{2x - \operatorname{sen}(x)}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^2 + \cos(x))^2}}$$

### **Ejemplo 39**

$$f(x) = \frac{(5-x)^2}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (5-x) \cdot (-1) \cdot (3x-1) - (5-x)^2 \cdot 3}{(3x-1)^2} = \frac{-2 \cdot (5-x) \cdot (3x-1) - 3 \cdot (5-x)^2}{(3x-1)^2}$$

### **Ejemplo 40**

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-5}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+1}} \cdot (x-5) - \sqrt{2x+1} \cdot (1)}{(x-5)^2} = \frac{\frac{x-5}{\sqrt{2x+1}} - \sqrt{2x+1}}{(x-5)^2}$$



### Ejemplo 41

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} = \frac{x - (x+1)\ln(x+1)}{(x+1)x^2}$$

### Ejemplo 42

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2) - (x^2+1)2x}{x^4} = \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$$

### Ejemplo 43

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2} \cdot \frac{x-1 - (x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2 + (x+1)^2} = \frac{-2}{x^2+1-2x+x^2+1+2x} = \frac{-1}{1+x^2}$$

### Ejemplo 44

$$f(x) = \ln(\cos(x))$$

$$f'(x) = \frac{-\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)} = -\operatorname{tg}(x)$$

### Ejemplo 45

$$f(x) = e^{\cos(x^2+1)}$$

$$f'(x) = e^{\cos(x^2+1)} \cdot (-\operatorname{sen}(x^2+1)) \cdot 2x = -2x \operatorname{sen}(x^2+1) e^{\cos(x^2+1)}$$

### Ejemplo 46

$$f(x) = \operatorname{arccosen}(4x+1)$$

$$f'(x) = \frac{4}{\sqrt{1-(4x+1)^2}}$$

### Ejemplo 47

$$f(x) = \operatorname{sen}^2(1 - \sqrt{x})$$

$$f'(x) = 2 \operatorname{sen}(1 - \sqrt{x}) \cos(1 - \sqrt{x}) \frac{-1}{2\sqrt{x}} = \frac{-\operatorname{sen}(1 - \sqrt{x}) \cos(1 - \sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

### Ejemplo 48

$$f(x) = 4x \cdot \operatorname{tg}^3(x^4 + 2x)$$

$$f'(x) = 4 \cdot \operatorname{tg}^3(x^4 + 2x) + 4x \cdot 3 \operatorname{tg}^2(x^4 + 2x) \cdot (1 + \operatorname{tg}^2(x^4 + 2x)) \cdot (4x^3 + 2)$$

### Ejemplo 49

$$f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{-1}{x}}{\ln^2(x)} = \frac{-1}{x \ln^2(x)}$$

### Ejemplo 50

$$f(x) = \frac{x}{\operatorname{sen}(x) + \cos(x)}$$

$$f'(x) = \frac{\operatorname{sen}(x) + \cos(x) - x(\cos(x) - \operatorname{sen}(x))}{[\operatorname{sen}(x) + \cos(x)]^2}$$

### Ejemplo 51

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{x+1}{x+1} - \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

### Ejemplo 52

$$f(x) = \frac{e^{x+1}}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{e^{x+1}(x+1) - e^{x+1}}{(x+1)^2} = \frac{x e^{x+1}}{(x+1)^2}$$

### Ejemplo 53

$$f(x) = \frac{x+1}{e^{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{e^{x+1} - (x+1)e^{x+1}}{(e^{x+1})^2} = \frac{-x}{e^{x+1}}$$

### Ejemplo 54

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)}{x}$$

$$f'(x) = \frac{[\cos(x) \cdot \cos(x) + \operatorname{sen}(x) \cdot (-\operatorname{sen}(x))]}{x^2} x - \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)$$

$$f'(x) = \frac{[\cos^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)]x - \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)}{x^2} = \frac{[\cos(2x)]x - \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)}{x^2}$$

### Ejemplo 55

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) \cdot x$$

$$f'(x) = \frac{x}{1+x^2} + \operatorname{arctg}(x)$$