

Problemas – Tema 9

Solución a problemas de derivadas - Hoja 4 - Problemas 1, 2

■ Hoja 4. Problema 1

1. Determina las coordenadas de los puntos de la gráfica de la función $f(x) = \frac{3x}{x^2+2}$ en los que la recta tangente es paralela al eje de abscisas.

Una recta paralela al eje de abscisas tiene pendiente nula, al ser una recta horizontal.

Como la derivada de la función en un punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto, debemos derivar e igualar a cero.

$$f'(x) = 0 \rightarrow f'(x) = \frac{3(x^2+2) - 3x \cdot 2x}{(x^2+2)^2} = \frac{3x^2+6-6x^2}{(x^2+2)^2} = \frac{-3x^2+6}{(x^2+2)^2} \rightarrow -3x^2+6=0$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

Las coordenadas de los puntos solución son:

$$(\sqrt{2}, f(\sqrt{2})) = (\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{4}) \quad , \quad (-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})) = (-\sqrt{2}, \frac{-3\sqrt{2}}{4})$$

Hoja 4. Problema 2

2. Determina en qué punto de la gráfica de la función $f(x)=3\sqrt{6x}$, la recta tangente forma un ángulo de 45° con el eje de abscisas.

La tangente de 45° es igual a 1. Por lo tanto debemos derivar la función e igualarla a 1, ya que el valor de la derivada de la función en un punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto.

$$f'(x)=1 \rightarrow f'(x)=3\frac{6}{2\sqrt{6x}}=\frac{9}{\sqrt{6x}} \rightarrow \frac{9}{\sqrt{6x}}=1 \rightarrow 81=6x \rightarrow x=\frac{27}{2}$$

El punto solución es:

$$\left(\frac{27}{2}, f\left(\frac{27}{2}\right)\right)=\left(\frac{27}{2}, 3\sqrt{6\cdot\frac{27}{2}}\right)=\left(\frac{27}{2}, 27\right)$$