

Problemas – Tema 9

Solución a problemas de derivadas - Hoja 3 - Problemas 4, 5

Hoja 3. Problema 4

4. Una bacteria ha infectado a un número de personas que viene dado por la función $f(x) = 210 - 2x^2 - x$, siendo x el número de días transcurridos desde que se detecta la enfermedad.

¿Cuál es la variación media del número de personas infectadas entre el tercer y el quinto día transcurridos desde la detección de la enfermedad?

La tasa de variación media de una función $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ se define como:

$$TVM = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Aplicado a nuestro ejercicio:

$$TVM = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{210 - 2 \cdot 5^2 - 5 - (210 - 2 \cdot 3^2 - 3)}{2} = \frac{-34}{2} = -17$$

El valor negativo indica el descenso de la población de bacterias del tercer al quinto día.

Hoja 3. Problema 5

5. Determina los valores a, b, c de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ para que tenga un mínimo relativo en $x = 2$, pase por el punto $P(0, 5)$ y $f'(1) = 2$.

Necesitamos encontrar tres condiciones para obtener los valores de los parámetros a, b, c .

Si en $x = 2$ hay un mínimo relativo $\rightarrow f'(2) = 0 \rightarrow f'(x) = 2ax + b \rightarrow 4a + b = 0$

Si la función pasa por $P(0, 5) \rightarrow f(0) = 5 \rightarrow c = 5$

Si $f'(1) = 2 \rightarrow f'(x) = 2ax + b \rightarrow 2a + b = 2$

Con la primera y tercera condición creamos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\begin{cases} 4a + b = 0 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \rightarrow b = -4a \rightarrow \text{Sustituimos en la segunda} \rightarrow 2a - 4a = 2 \rightarrow a = -1$$

Finalmente $\rightarrow b = 4$