

Instrucciones:

- a) Duración:** Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 30 minutos.
- b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.
- c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).
- e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt[3]{x^3+1}}{(2x+1)^3}$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$, con $a \in \mathbb{R}$

c) [1,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{a}{\ln x} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea la función definida por $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ para $x > 0$, $x \neq 1$. Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de la función.

b) [1,5 puntos] Hallar a, b y c de modo que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ alcance en $x=1$ un máximo relativo de valor 2, y tenga en $x=3$ un punto de inflexión.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m². Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } x}{x} + 2 & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$ ¿Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea

continua en $x=0$?

b) [1,5 puntos] Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x=1$ y $x=2$. Determinar a, b, c y d .

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \text{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

b) [1,5 puntos] Sabiendo que una función tiene como derivada $f'(x) = (x-4)^2(x^2 - 8x + 7)$, hallar los intervalos de crecimiento, de decrecimiento y los extremos relativos de $f(x)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.