

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 10 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

**b) [1,5 puntos]** Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función  $f(x) = (x^3 - 4x) \cdot \ln(x)$  en el punto  $x = 1$ .

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

**b) [1,5 puntos]** Estudia la monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento) de  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función  $f(x) = \frac{1}{x - x^3}$

**Ejercicio 4.- a) [1 punto]** Una Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función  $f(x) = x^3 - 4x$  en el punto  $x = -1$ .

**b) [1,5 puntos]** Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto planteando un problema de optimización.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

**b) [1,5 puntos]** Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x) = \left| \frac{x}{1-x} \right|$

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** Sea  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  un polinomio que cumple  $f(1) = 0$ ,  $f'(0) = 2$ , y tiene dos extremos relativos para  $x = 1$  y  $x = 2$ . Determinar  $a, b, c$  y  $d$ .

**b) [1,5 puntos]** Un jardinero desea construir un jardín con forma de sección circular de 40 metros de perímetro. ¿Cuál debe ser el radio para que la superficie sea máxima?

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-3}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de  $\sqrt{5}$  cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.