Tema 8

Actividades de positivo Capítulo 5 - Indeterminación infinito menos infinito en polinomios y raíces

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=LyI9gCdGWcw

Si algún concepto no lo comprendes, puedes leer el pdf de teoría de la web (que expresa la misma información, pero en formato escrito y con algunos ejemplos resueltos):

http://danipartal.net/pdf/1bachTema8Teoria07.pdf

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Las soluciones las tienes más adelante. Lo ideal sería que solo mirases las soluciones una vez que lo hayas intentado por ti mismo.

Cuando lo tengas correctamente realizado en tu cuaderno, envía fotos al email del profesor **antes del domingo 29 de marzo a las 23.59 horas, para obtener dos positivos del trimestre**.

¡Ánimo!

1. $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{5}\right)$
2. $\lim_{x \to +\infty} \left(8x - \sqrt{16x^2 + x - 3}\right)$
3. Obtener a para que se cumpla la igualdad: $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + ax} - 2x\right) = \frac{1}{3}$

Soluciones

1. $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{5}\right) = \infty - \infty$ → Indeterminación → Hacemos m.c.m.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{5}\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x+5-2x-8}{10} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x-3}{10} \to evaluar \to \frac{\infty-3}{10} = \frac{\infty}{10} = +\infty$$

2. $\lim_{x \to +\infty} \left(8x - \sqrt{16x^2+x-3}\right) = \infty - \infty$ → Indeterminación

Multiplicamos y dividimos por el conjugado.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(8x - \sqrt{16x^2+x-3}\right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{\left(8x-\sqrt{16x^2+x-3}\right)\left(8x+\sqrt{16x^2+x-3}\right)}{8x+\sqrt{16x^2+x-3}}$$

En el numerador tenemos suma por diferencia, igual a diferencia de cuadrado. Las raíces del numerador se van con el cuadrado correspondiente del binomio de Newton.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{64x^2-16x^2-x+3}{8x+\sqrt{16x^2+x-3}} \to \text{Evaluar} \to \lim_{x \to +\infty} \frac{48x^2-x+3}{8x+\sqrt{16x^2+x-3}} = \frac{\infty}{\infty}$$

Llegamos a una indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$, donde el grado del numerador es mayor que el grado del denominador. Recuerda que el polinomio de grado dos dentro de la raíz cuadrada se comporta, en el infinito, como un polinomio de grado uno.

Debemos dividir por la máxima potencia, en este caso x^2 . Recuerda que cuando x^2 entra dentro de la raíz, lo hace como x^4 .

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{48x^2/x^2-x/x^2+3/x^2}{8x/x^2+\sqrt{16x^2/x^4+x/x^4-3/x^4}} \to simplificar$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{48-1/x+3/x^2}{8/x+\sqrt{16/x^2+1/x^3-3/x^4}} \to evaluar\ recordando\ \frac{k}{\infty}=0$$

$$\frac{48-1/\infty+3/\infty}{8/\infty+\sqrt{16/\infty+1/\infty-3/\infty}} = \frac{48}{0} = +\infty$$

Fíjate que el signo del infinito de la solución final es positivo porque el coeficiente que acompaña a x^2 en el numerador es positivo, y los dos coeficientes que acompañan a la máxima potencia en el denominador también son positivos.

3. $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{4x^2+ax}-2x)=\frac{1}{3}$

Debemos calcular el límite e igualar a $\frac{1}{3}$ para obtener a

$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{4x^2+ax}-2x)=\infty-\infty$ → Indeterminación

Multiplicamos y dividimos por el conjugado.

$$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{4x^2+ax}-2x)=\lim_{x \to +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2+ax}-2x)(\sqrt{4x^2+ax}+2x)}{\sqrt{4x^2+ax}+2x}=\lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2+ax-4x^2}{\sqrt{4x^2+ax}+2x}$$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{ax}{\sqrt{4x^2+ax}+2x}=\frac{\infty}{\infty}$ → Indeterminación

Tenemos un cociente de polinomios del mismo grado, ya que en el infinito el polinomio de grado dos del denominador se comporta como un polinomio de grado uno.

Dividimos todo por la máxima potencia, que es x . Una vez más, recuerda que cuando x entra dentro de la raíz, lo hace como x^2 .

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{ax/x}{\sqrt{4x^2/x^2+ax/x^2}+2x/x} \to simplificar \to \lim_{x \to +\infty} \frac{a}{\sqrt{4+a/x}+2}$$

Evaluamos, recordando que $\frac{k}{\infty}=0$ → $\frac{a}{\sqrt{4+a/\infty}+2}=\frac{a}{\sqrt{4+0}+2}=\frac{a}{2+2}=\frac{a}{4}$

Igualamos el valor del límite al resultado dado por el enunciado:

$\frac{a}{4}=\frac{1}{3}$ → $a=\frac{4}{3}$