Problemas – Tema 8

Solución a problemas de continuidad y límite - Hoja 6 - Problemas 1, 5

Hoja 6. Problema 1

1. Calcula el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x)=\sqrt{x^2+2x-3}$

b) $f(x)=\dfrac{3x-7}{x-6}$

c) $f(x)=x^2-4x+3$

a) $f(x)=\sqrt{x^2+2x-3}$

Necesitamos un argumento de la raíz mayor o igual a cero. Por lo tanto.

$x^2+2x-3\geq 0$

Resolvemos la inecuación obteniendo la soluciones del polinomio de grado dos $P(x)=x^2+2x-3 \rightarrow x=-3 \; , \; x=1$

Evaluamos el signo del polinomio en los siguientes intervalos.

$(-\infty,-3) \rightarrow P(-10)>0$

$(-3,1) \rightarrow P(0)<0$

$(1,\infty) \rightarrow P(20)>0$

Nos quedamos con los intervalos donde el polinomio es positivo. El dominio de la función resulta:

Dom(f) = (- ∞ , 3] U [1, ∞)

b) $f(x)=\frac{3x-7}{x-6}$

En un cociente de polinomios, el dominio son todos los reales menos los valores que anulan al denominador → $Dom(f)=\mathbb{R}-\{6\}$

c) $f(x)=x^2-4x+3$

El dominio son todos los reales, por ser una función polinómica.

Hoja 6. Problema 5

5. Calcula a, b, c **en** $f(x)=a+\frac{bx+c}{x^2+1}$ **sabiendo que** $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ **, la gráfica corta al eje de ordenadas en** $y=2$ **y la función pasa por el punto** $(1,\frac{3}{2})$ **.**

Aplicamos tres condiciones para obtener los tres parámetros.
Primera condición: límite en el infinito (condición de asíntota horizontal)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=3 \quad \rightarrow \quad \lim_{x\to+\infty} \left(a+\frac{bx+c}{x^2+1}\right)=3 \quad \rightarrow \quad a+0=3 \quad \rightarrow \quad a=3$$

Segunda condición: para $x=0$ la ordenada vale $y=2$

$$f(0)=2 \quad \rightarrow \quad 3+\frac{0+c}{0+1}=2 \quad \rightarrow \quad c=-1$$

Tercera condición: para $x=1$ la ordenada vale $y=\frac{3}{2}$

$$f(1)=\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad 3+\frac{b-1}{1+1}=\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{b-1}{2}=\frac{-3}{2} \quad \rightarrow \quad b=-2$$