

## Problemas – Tema 8

### Solución a problemas de continuidad y límite - Hoja 6 - Problemas 1, 5

#### Hoja 6. Problema 1

1. Calcula el dominio de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

b)  $f(x) = \frac{3x - 7}{x - 6}$

c)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

a)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

Necesitamos un argumento de la raíz mayor o igual a cero. Por lo tanto.

$$x^2 + 2x - 3 \geq 0$$

Resolvemos la inecuación obteniendo la soluciones del polinomio de grado dos

$$P(x) = x^2 + 2x - 3 \rightarrow x = -3, x = 1$$

Evaluamos el signo del polinomio en los siguientes intervalos.

$$(-\infty, -3) \rightarrow P(-10) > 0$$

$$(-3, 1) \rightarrow P(0) < 0$$

$$(1, \infty) \rightarrow P(20) > 0$$

Nos quedamos con los intervalos donde el polinomio es positivo. El dominio de la función resulta:

$$\text{Dom}(f) = (-\infty, -3] \cup [1, \infty)$$

b)  $f(x) = \frac{3x-7}{x-6}$

En un cociente de polinomios, el dominio son todos los reales menos los valores que anulan al denominador  $\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{6\}$

c)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

El dominio son todos los reales, por ser una función polinómica.

## Hoja 6. Problema 5

5. Calcula  $a, b, c$  en  $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2+1}$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ , la gráfica corta al eje de ordenadas en  $y=2$  y la función pasa por el punto  $(1, \frac{3}{2})$ .

Aplicamos tres condiciones para obtener los tres parámetros.

Primera condición: límite en el infinito (condición de asíntota horizontal)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( a + \frac{bx+c}{x^2+1} \right) = 3 \rightarrow a+0=3 \rightarrow a=3$$

Segunda condición: para  $x=0$  la ordenada vale  $y=2$

$$f(0) = 2 \rightarrow 3 + \frac{0+c}{0+1} = 2 \rightarrow c = -1$$

Tercera condición: para  $x=1$  la ordenada vale  $y = \frac{3}{2}$

$$f(1) = \frac{3}{2} \rightarrow 3 + \frac{b-1}{1+1} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{b-1}{2} = \frac{-3}{2} \rightarrow b = -2$$