

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina a y b para que $f(x)$ sea continua en $x=0$ y $x=3$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- Calcula los siguientes límites.

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x-1}{2x^3+1}$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] ¿Para qué valores de x la función $f(x) = \frac{x-8}{x^2+5x-6}$ presenta asíntotas verticales? Calcular los límites laterales a la izquierda y a la derecha de esos valores?

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^3}-x)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ y $g(x) = \frac{x-1}{x+3}$.

Calcula $(f \circ g)(x)$ y $Dom((g \circ f)(x))$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos $x=1$ y $x=5$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ \ln(x - 5) & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula a, b, c en $f(x) = a + \frac{bx + c}{x^2 + 1}$ sabiendo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, la gráfica corta al eje de ordenadas en $y=2$ y la función pasa por el punto $(1, \frac{3}{2})$.

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Calcula el dominio de $g(x) = \sqrt{2 - \frac{x}{x^2 - 1}}$

b) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + 6x - 7}{x^2 - 5x + 3}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Encuentra el valor de a que verifica $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + ax} - 2x) = \frac{1}{3}$