

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Determina a y b para que $f(x)$ sea continua en $x=0$ y $x=3$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

b) [1 punto] Sea $f(x) = \frac{x^2-7x+10}{x^2-4x-5}$. Estudia la continuidad en $x=-1$ y $x=5$. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

Ejercicio 2.- Calcula los siguientes límites.

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$

c) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x-1}{2x^3+1}$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Estudia la continuidad de $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ -x^2+6 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ en $x=-2$ y

en $x=3$.

b) [1 punto] Estudia la continuidad de $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ 2x-4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ en $x=1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ y $g(x) = \frac{x-1}{x+3}$.

Calcula $(f \circ g)(x)$ y $Dom((g \circ f)(x))$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos $x=1$ y $x=5$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ \ln(x - 5) & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

b) [1 punto] Encuentra el valor de a que verifica $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + ax} - 2x) = \frac{1}{3}$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcula a, b, c en $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2+1}$ sabiendo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, la gráfica corta al eje de ordenadas en $y=2$ y la función pasa por el punto $(1, \frac{3}{2})$.

b) [1 punto] Determina el valor de k para que la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ kx & \text{si } x > -2 \end{cases}$ sea continua en $x = -2$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcula el dominio de $f(x) = \ln(x+1)$

b) [0,5 puntos] Calcula el dominio de $h(x) = \sqrt{x-3}$

c) [0,5 puntos] Calcula el dominio de $g(x) = \frac{x}{x-1}$

c) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + 6x - 7}{x^2 - 5x + 3}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ y $g(x) = \frac{x-1}{x+3}$.

Calcula $(f \circ g)(x)$ y $Dom((g \circ f)(x))$.