

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Razona de manera justificada el dominio de las siguientes funciones.

a) [1 punto] $f(x) = \ln(\cos(x))$ **b) [1 punto]** $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

c) [0,5 puntos] $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Indica el valor de k para que la función sea continua en $x = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2x-2} & \text{si } x \neq \frac{1}{2} \\ k & \text{si } x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

b) [1 punto] Estudia la continuidad de la función en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Calcula los siguientes límites.

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}$ **b) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{x^2 - 16}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Encuentra el valor de a que verifica $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + ax} - 2x) = \frac{1}{3}$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Razona de manera justificada el dominio de las siguientes funciones.

a) [1 punto] $f(x) = \ln(\cos(x))$ **b) [1 punto]** $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

c) [0,5 puntos] $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

Ejercicio 2.- Sea $f(x) = \frac{-3x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4x - 5}$.

a) [2 puntos] Estudia la continuidad en $x = -1$ y en $x = 5$. **b) [0,5 puntos]** Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Ejercicio 3.- Calcula los siguientes límites.

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ **b) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 6}$

Ejercicio 4.- El número de habitantes de cierta población, en los próximos años, vendrá dado por la función

$f(x) = \frac{14500x + 7200}{2x + 1}$, donde la variable x mide los años transcurridos desde un tiempo inicial $x = 0$.

a) [0,5 puntos] ¿Cuántos habitantes tiene la población actualmente?

b) [0,5 puntos] ¿Y dentro de dos años?

c) [1,5 puntos] ¿La población crecerá de manera indefinida o tenderá a estabilizarse en torno a un determinado número de habitantes?