

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Razona de manera justificada el dominio de las siguientes funciones.

a) [1 punto] $f(x) = \ln(\sqrt{x} - 1)$ **b) [1 punto]** $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{(x-2)(x-3)}}$

c) [0,5 puntos] $f(x) = \frac{x}{\cos(x)}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos $x=1$ y $x=5$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ \ln(x - 5) & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Calcula los siguientes límites.

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ **b) [1 punto]** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2+1}$, donde a, b y c son números reales. Calcula los valores de a, b y c sabiendo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, la gráfica de $f(x)$ corta al eje OY en el punto de ordenada $y=2$ y que la gráfica pasa por el punto $(1, \frac{3}{2})$.

Opción B

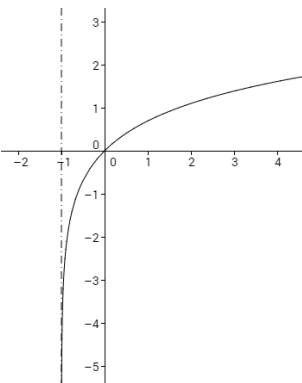
Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Relaciona de manera justificada las siguientes funciones con sus respectivas gráficas. Debes razonar con el máximo detalle posible.

- [1 punto] $f(x) = \ln(x+1)$

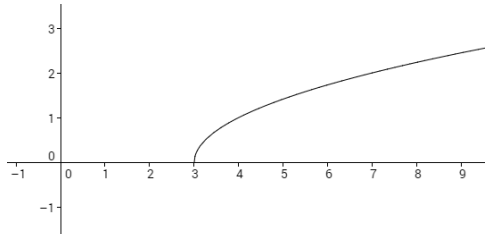
- [1 punto] $g(x) = \frac{x}{x-1}$

- [0,5 puntos] $h(x) = \sqrt{x-3}$

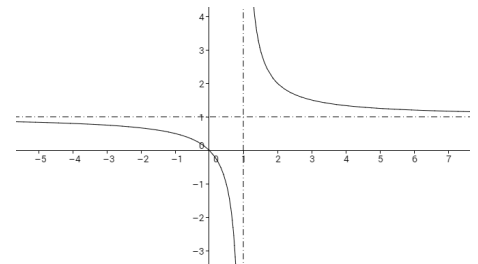
a)



b)



c)



Ejercicio 2.- Sea $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4x - 5}$.

a) [2 puntos] Estudia la continuidad en $x = -1$ y en $x = 5$. b) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Ejercicio 3.- Calcula los siguientes límites.

a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 5\sqrt{x})$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} - \frac{2+x}{1+x} \right)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina a y b para que la función sea continua en $x = 0$ y en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$