

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Razona de manera justificada el dominio de las siguientes funciones.

**a) [0,5 puntos]**  $f(x) = \ln(\sqrt{x} - 1)$       **b) [0,5 puntos]**  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{(x-2)(x-3)}}$

**c) [0,5 puntos]**  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$       **d) [0,5 puntos]**  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 7x + 12}$       **e) [0,5 puntos]**  $f(x) = \frac{x}{\cos(x)}$

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos  $x=1$  y  $x=5$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ \ln(x - 5) & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.-** Calcula los siguientes límites.

**a) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$       **b) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$       **c) [0,5 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Sea la función  $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2+1}$ , donde  $a, b$  y  $c$  son números reales.

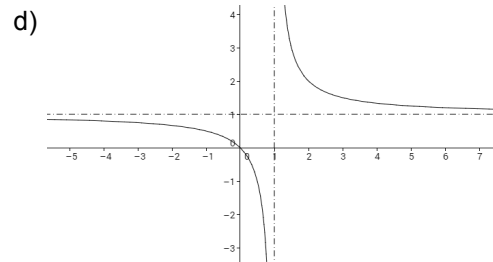
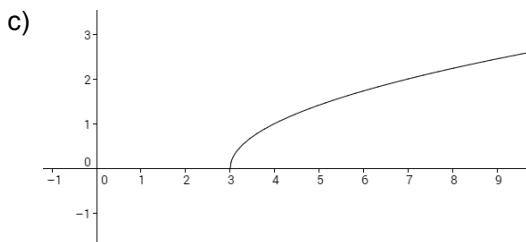
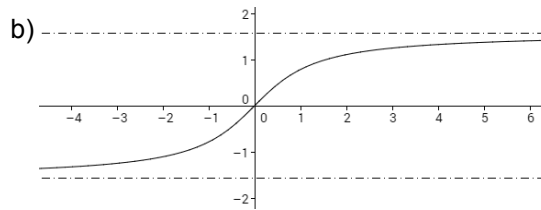
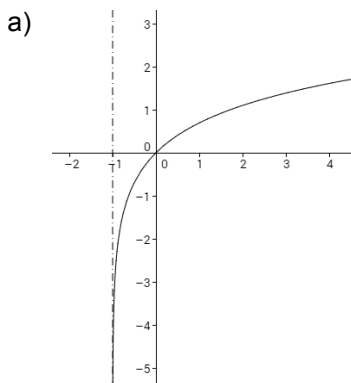
Calcula los valores de  $a, b$  y  $c$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ , la gráfica de  $f(x)$  corta al eje

$OY$  en el punto de ordenada  $y=2$  y que la gráfica pasa por el punto  $(1, \frac{3}{2})$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Relaciona de manera justificada las siguientes funciones con sus respectivas gráficas. Debes razonar con el máximo detalle posible.

$$f(x) = \ln(x+1) \quad , \quad g(x) = \operatorname{arctg}(x) \quad , \quad i(x) = \frac{x}{x-1} \quad , \quad j(x) = \sqrt{x-3}$$



**Ejercicio 2.-** Sea  $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4x - 5}$ .

- a) [2 puntos] Estudia la continuidad en  $x = -1$  y en  $x = 5$ .      b) [0,5 puntos] Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

**Ejercicio 3.-** Calcula los siguientes límites.

a) [1 punto]  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 3})$       b) [1 puntos]  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

c) [0,5 puntos]  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{x} - \frac{2+x}{1+x} \right)$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  para que la función sea continua en  $x = 0$  y en  $x = 3$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$