

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] El producto de dos números complejos es $4i$, y el cubo de uno de ellos dividido por el otro resulta $\frac{1}{4}$. Halla los módulos y los argumentos de ambos complejos de partida.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula los puntos de intersección de las siguientes cónicas y representa gráficamente ambas cónicas sobre los mismos ejes cartesianos, indicando sus puntos más importantes.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1, \quad x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x) + e^x - 1}{x}$.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))}$.

c) [1 punto] Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a , b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$ es $y+x+3=0$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los vértices que aparecen. Debes indicar si las semirectas y los vértices que limitan la zona solución pertenecen o no a la solución del sistema.

$$\begin{cases} 5x + y \leq 5 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ \frac{x}{2} - y > 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(3,-3)$ y $C(4,4)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula la ecuación explícita de la recta normal a la función $f(x) = x^3 - 4x$ en el punto $x = -1$.

b) [1,5 puntos] Calcula el radio y la altura del cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio 2 metros. Obtén dicho volumen máximo.