

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Resuelve el sistema
$$\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \\ \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

b) [1 punto] Sea $z = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Calcula z^3 y z^{3002} .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula los puntos de intersección de las siguientes cónicas y representa gráficamente ambas cónicas sobre los mismos ejes cartesianos, indicando sus puntos más importantes.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \quad , \quad x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))}$.

b) [1 punto] Deriva $f(x) = (x^2 - 2x) \cdot (1 - x^3)^3$.

c) [1 punto] Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a , b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$ es $y+x+3=0$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Resuelve el sistema
$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{sen} x + \cos y = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\operatorname{sen} x} + \frac{1}{\cos y} = -1 \end{array} \right.$$

b) [1,5 puntos] Demuestra $\sqrt{1+\sqrt{-3}} - \sqrt{1-\sqrt{-3}} = \sqrt{2i}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla las ecuaciones de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(3,-3)$ y $C(4,4)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = x^3 - 4x$ en el punto $x = -1$.

b) [1 punto] Un jardinero desea construir un jardín con forma de sección circular de 40 metros de perímetro. ¿Cuál debe ser el radio para que la superficie sea máxima?

c) [0,5 puntos] Deriva $f(x) = x^2 - \frac{2x^3}{3} + e^{\frac{-1}{x^2}}$.