

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve $\frac{x-1}{x+1} < \frac{x+1}{x-1}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Dados los puntos $A(2,3)$ y $B(6,1)$ halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano $P(x, y)$ tales que los vectores \vec{AP} y \vec{BP} sean perpendiculares entre sí.

b) [1,5 puntos] Calcula los puntos de intersección de las siguientes cónicas y representa gráficamente las cónicas sobre los mismos ejes cartesianos, indicando sus puntos más importantes.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \quad , \quad x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{x-x^3}$

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)} \right)$

b) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}$

c) [1,5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] La inclinación del sol en un día de verano de una ciudad es de 73° , al mediodía. Calcula la longitud de la sombra de un edificio de 52 metros de altura justo en el mediodía.

b) [1 punto] Resuelve
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla las ecuaciones de las circunferencias inscrita y circunscrita al triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(3,-3)$ y $C(4,4)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-3}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = x^3 - 4x$ en el punto $x = -1$.

b) [1 punto] Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto planteando un problema de optimización.

c) [0,5 puntos] Calcula
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$$