

dInstrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Resuelve
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{x-2} - \frac{x}{2+x} \leq \frac{-7}{4-x^2} \\ x^2 > 1 \end{array} \right.$$

b) [1 punto] Sea $z = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Calcula z^3 y z^{3002} .

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Sea la circunferencia $(x-2)^2 + y^2 = 4$. Obtener las rectas tangentes a la circunferencia que pasen por el punto $P(10,0)$.

b) [1 punto] Obtener la ecuación explícita de la recta mediatriz del segmento de extremos $A(0,0)$ y $(4,2)$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Obtener extremos absolutos de $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x+2}$ en el intervalo $[-2, 4]$

b) [1 punto] Hallar el dominio de $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 - 5x + 6}}$

c) [0,5 puntos] Obtener la primitiva de $f(x) = \frac{2}{x+1} - \frac{3}{x^2} + 4x^2$ que pasa por el punto $(1,0)$.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Estudia y representa la función $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

b) [1 punto] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ da como resultado un número finito, calcular b y el valor del límite.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Se desea hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes condiciones:

- Utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros.
- Se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas.
- Tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿Con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago? Si se redondea la cantidad a pagar a 35€, ¿es posible realizar el pago bajo las mismas condiciones indicadas? Responder de manera razonada.

b) [1 punto] Resuelva $\frac{2\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}} + \frac{6-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Resuelve el sistema
$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x) + \cos(y) = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\operatorname{sen}(x)} + \frac{1}{\cos(y)} = -1 \end{cases}$$

b) [1 punto] Obtener el ángulo que forman entre sí las rectas $r: 2x - 3y + 1 = 0$ y $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2 - \lambda \end{cases}$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Considera las funciones $f(x)$ y $g(x)$ dadas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$. Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de ambas funciones y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.

b) [1,5 puntos] Estudiar monotonía y extremos relativos de $f(x) = (2x - 1)e^{2x}$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = te^{-t/2}$ miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de $c(t)$ e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo.

Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.

b) [1 punto] Obtener el valor de k que satisface $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2} - \sqrt{4x^2 + kx} - 1 = 4$