

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] La suma de las partes reales de dos números complejos conjugados es seis, y la suma de sus módulos es 10. Determina esos complejos en la forma binómica y polar.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas $x+3y+3=0$, $x+y+1=0$ y su radio es igual a 5 .

b) [1 punto] Obtener el rango de los vectores $\vec{u}=(1,1,m)$, $\vec{v}=(-1,0,2)$ y $\vec{w}=(-3,1,2)$ en función del parámetro m .

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Considera las funciones $f(x)$ y $g(x)$ dadas por $f(x)=6x-x^2$ y $g(x)=|x^2-2x|$. Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de ambas funciones y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.

b) [1 punto] Obtener la primitiva de $f(x)=\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x^2}+4x^2$ que pasa por el punto $(1,0)$.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Halla los coeficientes a, b y c sabiendo que la función definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene en $x=1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica pasa por el punto $(1,1)$.

b) [1 punto] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ da como resultado un número finito, calcular b y el valor del límite.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Se desea hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes condiciones:

- Utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros.
- Se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas.
- Tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿Con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago? Si se redondea la cantidad a pagar a 35€, ¿es posible realizar el pago bajo las mismas condiciones indicadas? Responder de manera razonada.

b) [1 punto] Resuelve $4 \cdot \operatorname{sen}^2(x) + 2 \cdot \cos(x) = 4$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica con la de ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$ y que pasa por el punto $(-3, 4)$.

b) [1 punto] Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$ que hacen linealmente independientes los siguientes vectores: $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (1, k+1, 1)$, $\vec{w} = (1, 1, k+1)$.

Ejercicio 3.- Considera las funciones $f(x) = 3 - x^2$, $g(x) = \frac{-x^2}{4}$ y $h(x) = 4 - 2x$

a) [0,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

b) [0,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a $g(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$.

c) [1,5 puntos] Dibuja sobre los mismos ejes la gráfica de las funciones $f(x)$, $g(x)$ y $h(x)$ y calcula todos los puntos de corte entre las gráficas.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ es derivable en todo su dominio.}$$