

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve $\frac{x-1}{x+1} < \frac{x+1}{x-1}$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Dados los puntos $A(2,3)$ y $B(6,1)$ halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano $P(x,y)$ tales que los vectores \vec{AP} y \vec{BP} sean perpendiculares entre sí.

b) [1 puntos] Calcular el valor de a para que el cociente $\frac{2+ai}{3-i}$ de lugar a un número imaginario puro.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{x-x^2}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = x^3 - 4x$ en el punto $x = -1$.

b) [1 punto] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcular b y el valor del límite.

c) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x})$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] La suma de las partes reales de dos números complejos conjugados es seis, y la suma de sus módulos es 10. Determina esos complejos en la forma binómica y polar.

b) [1 punto] Resuelve $4 \cdot \operatorname{sen}^2(x) + 2 \cdot \cos(x) = 4$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla el circuncentro (punto de corte de las mediatrices) y la ecuación de la circunferencia circunscrita del triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(3,-3)$ y $C(4,4)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Ejercicio 4.- a) [2 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.

b) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{x+2}{x^2} \right)$
