

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve
$$\left\{ \begin{array}{l} x^4 - 13x^2 + 36 \leq 0 \\ \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{x}{2 - x} + \frac{1}{2 + x} < 0 \end{array} \right.$$

Ejercicio 2.- Dados los vectores $\vec{u} = (3, -4)$ y $\vec{v} = (5, 6)$ referidos a la base canónica $\vec{i} = (1, 0)$ y $\vec{j} = (0, 1)$, calcula:

a) [0,5 puntos] El producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

b) [0,5 puntos] Los módulos de ambos vectores.

c) [0,5 puntos] El ángulo que forman ambos vectores.

d) [1 punto] Un vector ortogonal a \vec{u} .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{e^x}{x}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

b) [1 punto] Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$. Determinar a, b, c y d .

c) [0,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = (x^3 - 4x) \cdot \ln(x)$ en el punto $x = 1$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un cuadro está colocado en una pared de forma que su extremo más alto se encuentra a 3 metros del suelo, y su extremo más bajo a 2,5 metros. Una persona de 175 cm de altura ve todo el cuadro bajo un ángulo de 5° . ¿A qué distancia de la pared está situada esa persona?

Ejercicio 2.- Dada la recta $r: 2x + 4y = 5$:

a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta s , perpendicular a r , que pasa por el punto $P(1, -2)$.

b) [1,5 puntos] ¿Qué ángulo forma la recta s con la recta $t: y = x + 5$?

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{x}{1-x}$

Ejercicio 4.-

a) [1 punto] Calcula el valor de k para que se verifique $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx + 1}) = 1$

b) [1 punto] Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto planteando un problema de optimización.

c) [0,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$