Teoría – Tema 7

Puntos y rectas simétricos

Índice de contenido

Simetría axial

Dada una recta fija r , **los puntos** A **y** A' **son simétricos respecto al eje de simetría axial** r **cuando el segmento** $\overline{AA'}$ **es perpendicular a** r **y además el punto de corte de este segmento con el eje es su punto medio** M .

Ejemplo

Calcula el punto simétrico de $A(3,2)$ respecto de la recta $r: 2x-y+1=0$.

En primer lugar obtenemos la recta s perpendicular a r que pase por el punto A.

La pendiente $m_r=2 \rightarrow m_s=\frac{-1}{2}$ → Hacemos uso de la ecuación punto pendiente:

$$s: \frac{-1}{2}=\frac{y-2}{x-3} \rightarrow s: x+2y-7=0$$

Obtenemos el punto de corte de r y s :

$$\begin{Bmatrix} r: 2x-y+1=0 \\ s: x+2y-7=0 \end{Bmatrix} \rightarrow M(1,3)$$ → Punto medio del segmento $\overline{AA'}$

Es decir, tenemos el segmento $\overline{AA'}$ de extremos $A(3,2)$, $A'(x,y)$ y punto medio $M(1,3)$. Por lo tanto se cumple la relación:

$$(1,3)=\left(\frac{x+3}{2},\frac{y+2}{2}\right)$$

Formándose el sistema de ecuaciones:

$$\begin{Bmatrix} 1=\frac{x+3}{2} \\ 3=\frac{y+2}{2} \end{Bmatrix} \rightarrow A'(x,y)=(-1,4)$$

Simetría central

Dada un punto fijo M , **los puntos A y A' son simétricos en la simetría central de centro M cuando el punto M es el punto medio del segmento de extremos A y** A' . Es decir, la distancia entre los puntos M y A es igual a la distancia entre los puntos M y A' .

Ejemplo

Calcula la recta simétrica de $r: 2\mathrm{x}-y=0$ respecto de la simetría central de centro $M(1,-2)$.

Tomamos dos puntos P y Q cualesquiera de la recta r , y calculamos lo simétricos P' y Q' respecto de $M(1,-2)$. Teniendo en cuenta que M será el punto medio de los segmentos $\overline{PP'}$ y $\overline{QQ'}$.

La recta que pase por P' y Q' es la recta simétrica buscada.

Por ejemplo, tomamos $P(0,0)$ y $Q(1,2)$.

En el segmento $\overline{PP'}$ de extremos $P(0,0)$, $P'(x,y)$ y punto medio $M(1,-2)$, se cumple la relación:

$$(1,-2)=\left(\frac{x}{2},\frac{y}{2}\right) \rightarrow P'(x,y)=(2,-4)$$

En el segmento $\overline{QQ'}$ de extremos $Q(1,2)$, $Q'(x,y)$ y punto medio $M(1,-2)$, se cumple la relación:

$$(1,-2)=\left(\frac{x+1}{2},\frac{y+2}{2}\right) \rightarrow Q'(x,y)=(1,-6)$$

Teniendo dos puntos P' y Q' podemos calcular la recta que pasa por ellos, que será simétrica a r respecto la simetría central de centro $M(1,-2)$.

$$r': \frac{-6+4}{1-2}=\frac{y+6}{x-1} \rightarrow r': 2\mathrm{x}-y-8=0$$